

การพัฒนาวิธีการคืนรูปไอโซคลินิกบนพื้นฐานการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผัน แบบสี่จุดภาค: การทดสอบกับริ้วจำลอง

Development of Isoclinic Unwrapping Algorithm Based on the Use of Sign-dependent Inverse Tangent Function: a Test with Simulated Fringes

ณัฐวัฒน์ พลอยทับทิม และ พิเชษฐ์ พินิจ *

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี บางมด ทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140
โทร 0-2470-8522 โทรสาร 0-2470-8527 *อีเมลล์ pichet.pin@kmutt.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการพัฒนาวิธีการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกในวิธีวิเคราะห์ความเค้นในช่วงยืดหยุ่นโดยแสง วิธีการคืนรูปนี้อาศัยแผนภาพไอโซคลินิกที่กำหนดมาจากการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จุดภาค ในการทดสอบเบื้องต้นวิธีการคืนรูปได้ถูกประยุกต์ใช้กับริ้วสนามความเค้นของตัวแบบแผ่นวงกลมรับแรงเข้มนกดผ่านแนวเส้นผ่านศูนย์กลางที่ได้จากการจำลองแบบ ผลปรากฏว่า สามารถกำหนดหาแผนภาพไอโซคลินิกในย่านจริง ($-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$) ได้อย่างถูกต้อง นอกจากนี้การประยุกต์ใช้กระบวนการลดสิ่งรบกวนช่วยให้แผนภาพไอโซคลินิกมีความราบเรียบมากยิ่งขึ้น

Abstract

This paper presents a development of isoclinics unwrapping method in digital photoelasticity. The method uses the isoclinics map determined using the sign-dependent inverse tangent function (ATAN2). As a preliminary test, the method is applied to the simulated fringes of a circular disk under diametral compression based on the circular polariscope with a white light source and the six-stepped phase shifting method. The results reveal that the method provides correctly the unwrapped isoclinic map in its physical range $-\pi/2$ to $+\pi/2$. Further, the use of noise removal algorithm enables the unwrapped isoclinics map being smoother.

1. คำนำ

ตัวแปรไอโซคลินิกเป็นตัวแปรที่สำคัญตัวแปรหนึ่งในวิธีวิเคราะห์ความเค้นในช่วงยืดหยุ่นโดยแสง (Photoelasticity) ตัวแปรนี้จะบ่งบอกทิศทางของความเค้นหลัก σ_1 หรือ σ_2 ปัญหาที่สำคัญในการวิเคราะห์

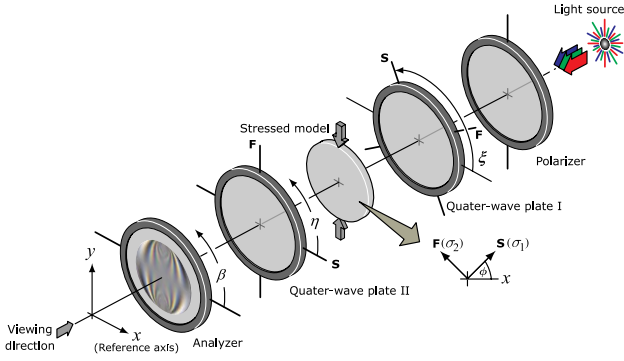
หาตัวแปรนี้ก็คือว่า ตัวแปรไอโซคลินิกสามารถถูกกำหนดได้ในช่วงหรือย่านที่จำกัดย่านหนึ่งเท่านั้น ซึ่งย่านสูงสุดที่สามารถคำนวณได้คือ $-\pi/4$ ถึง $+\pi/4$ ในขณะที่ย่านจริงทางกายภาพนั้นมีค่า $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$ ปัญหานี้จะทำให้เกิดความสับสนว่าค่าทิศทางของความเค้นหลักที่คำนวณได้มานั้นเป็นของความเค้นหลักตัวใด

ในการแก้ปัญหาเรื่องนี้จะมีขั้นตอนหลักๆ อยู่สองขั้นตอน กล่าวคือ 1.) คำนวณหาค่าตัวแปรไอโซคลินิก และ 2.) การคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกสำหรับขั้นตอนที่หนึ่งนั้นจะมีการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสองจุดภาคและแบบสี่จุดภาค [1] โดยการเลือกใช้แบบใดนั้นจะขึ้นอยู่กับลักษณะของค่าคงตัวที่ปรากฏในสมการที่ใช้กำหนดหาตัวแปรไอโซคลินิกในขั้นตอนที่หนึ่ง (ค่าคงตัวนี้คือ 2 หรือ 4) ซึ่งโดยทั่วไปแล้วก็จะใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสองจุดภาคหากค่าคงตัวเป็น 2 สำหรับการคืนรูปแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จุดภาคก็เพียงทำให้ค่าของตัวแปรไอโซคลินิกกลับมามีค่าในช่วง $-\pi/4$ ถึง $+\pi/4$ ทั้งนี้เนื่องจากว่าค่าคงตัวมีค่าเท่ากับ 4 อย่างไรก็ตามจะเห็นได้ว่ายังไม่มีการวิจัยใดเลยที่ให้ความสนใจในการกำหนดหาค่าตัวแปรไอโซคลินิกโดยใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จุดภาคหากค่าคงตัวมีค่าเป็น 2

ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความคิดที่จะกำหนดหาตัวแปรไอโซคลินิกด้วยการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จุดภาค ซึ่งในงานวิจัยในครั้งนี้เป็นเพียงการนำเสนอการพัฒนากระบวนการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกเท่านั้นจึงทำการทดสอบวิธีการที่สร้างขึ้นกับแผนภาพริ้วสนามความเค้นที่ได้จากการจำลองแบบของตัวแบบแผ่นวงกลมรับแรงเข้มนกดในแนวตั้งผ่านเส้นผ่านศูนย์กลางบนพื้นฐานการใช้อุปกรณ์เบี่ยงเบนแสงเชิงวงกลมและวิธีการเลื่อนเฟส

2. การกำหนดหาตัวแปรไอโซคลินิก

ในส่วนนี้จะเป็นการกำหนดหาค่าตัวแปรไอโซคลินิกโดยใช้หลักการเลื่อนเฟส 6 ชั้น [2]



รูปที่ 1 อุปกรณ์เบี่ยงเบนแสงเชิงวงกลมซึ่งประกอบไปด้วยแผ่นโพลาไรซ์, แผ่นคลื่นสี่ส่วนลำดับที่หนึ่ง, ตัวแบบ, แผ่นคลื่นสี่ส่วนลำดับที่สอง และแผ่นวิเคราะห์ มุม β , η และ ϕ คือมุมแกนแสงของแผ่นวิเคราะห์, มุมแกนแสงของแผ่นคลื่นสี่ส่วนที่สอง (Quarter-wave Plate II) และมุมแสดงทิศทางของความเค้นหลัก σ_1 ที่ตัวแบบแผ่นวงกลมตามลำดับเทียบกับแกนอ้างอิง สัญลักษณ์ S และ F คือแกนแสงแนวซ้าและเร็วของแผ่นคลื่นสี่ส่วนตามลำดับโดยที่ $\xi = 135^\circ$

2.1 สมการความเข้มแสงจากอุปกรณ์เบี่ยงเบนแสงเชิงวงกลม

ตามขั้นตอนที่หนึ่งซึ่งเป็นการกำหนดหาตัวแปรไอโซคลินิกดังที่ได้กล่าวแล้วในหัวข้อที่ผ่านมาจะทำการจำลองแบบตัวแบบแผ่นวงกลมรับแรงเข้มกดในแนวตั้งผ่านเส้นผ่านศูนย์กลาง โดยใช้สมการความเข้มแสง I จากอุปกรณ์เบี่ยงเบนแสงเชิงวงกลม (รูปที่ 1) ซึ่งสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ [1]

$$I = I_b + \frac{I_p}{2} \begin{bmatrix} 1 + \sin 2(\beta - \eta) \cos 2\pi N \\ -\sin 2(\phi - \eta) \cos 2(\beta - \eta) \sin 2\pi N \end{bmatrix} \quad (1)$$

โดยที่ I_p คือความเข้มแสงที่ออกมาจากแผ่นโพลาไรซ์, I_b คือความเข้มแสงฉากหลัง, มุม β , η และ ϕ คือมุมแกนแสงของแผ่นวิเคราะห์, มุมแกนแสงของแผ่นคลื่นสี่ส่วนลำดับที่สอง (Quarter-wave Plate II) และมุมแสดงทิศทางของความเค้นหลัก σ_1 ที่ตัวแบบตามลำดับเทียบกับแกนอ้างอิงและ N คือค่าอันดับวิธีที่สัมพันธ์กับตัวแปรไอโซโครมาติก

สำหรับการจำลองแบบวิธีสนามความเค้นนั้นจะใช้หลักการเดียวกันกับงานที่ผู้วิจัยได้นำเสนอไปแล้ว [3] อย่างไรก็ตาม ค่าองค์ประกอบความเค้นระนาบนั้นสามารถสืบค้นได้จากหนังสือของ Frocht [4] ร่วมกับการใช้สมการ (1) และวิธีการเลื่อนเฟส 6 ชั้น [2]

2.2 สมการกำหนดหาตัวแปรไอโซคลินิก

เมื่อทำการประยุกต์ใช้หลักการเลื่อนเฟสกับสมการ (1) ก็จะได้สมการความเข้มแสง ตารางที่ 1 แสดงสมการความเข้มแสงที่ได้ตามที่ได้เปลี่ยนค่าเชิงมุมของแผ่นอนาไลซ์และแผ่นคลื่นสี่ส่วนลำดับที่สอง

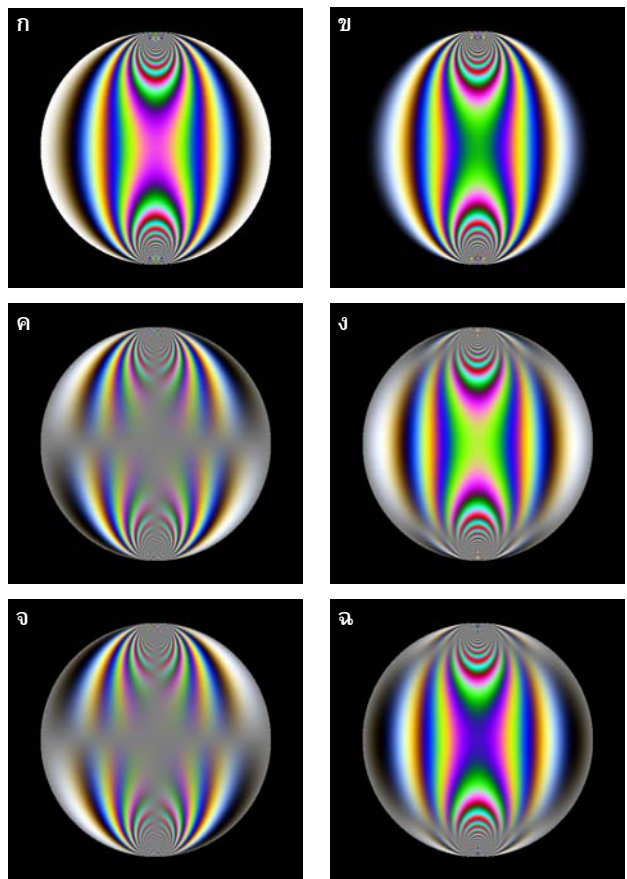
จากสมการความเข้มแสงทั้ง 6 สมการ (ตารางที่ 1) สามารถกำหนดหาตัวแปรไอโซคลินิกได้ดังสมการ [2]

$$\phi = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{I_5 - I_3}{I_4 - I_6} \right) \quad \text{โดยที่} \quad \sin 2\pi N \neq 0 \quad (2)$$

รวมบทความวิชาการ เล่มที่ 2 การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 22

ตารางที่ 1 สมการความเข้มแสงที่ได้จากการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมของแผ่นวิเคราะห์และแผ่นคลื่นสี่ส่วนลำดับที่สอง [2]

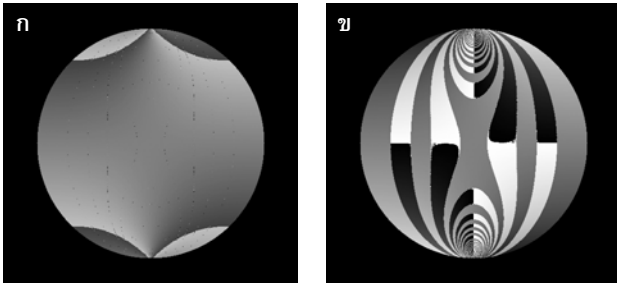
η	β	สมการความเข้มแสง
0	$\pi/4$	$I_1 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 + \cos 2\pi N)$
0	$3\pi/4$	$I_2 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 - \cos 2\pi N)$
0	0	$I_3 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 - \sin 2\phi \sin 2\pi N)$
$\pi/4$	$\pi/4$	$I_4 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 + \cos 2\phi \sin 2\pi N)$
$\pi/2$	$\pi/2$	$I_5 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 + \sin 2\phi \sin 2\pi N)$
$3\pi/4$	$3\pi/4$	$I_6 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 - \cos 2\phi \sin 2\pi N)$



รูปที่ 2 ภาพวิธีสนามความเค้นของตัวแบบแผ่นวงกลมรับแรงเข้มกดในแนวตั้งผ่านเส้นผ่านศูนย์กลางซึ่งสอดคล้องกับสมการความเข้มแสงในตารางที่ 1 ตามลำดับ (เรียงลำดับจาก ก ถึง ฉ) โดยที่ภาพเหล่านี้มีขนาด 512×480 จุดภาพ

จากการใช้หลักการเลื่อนเฟสก็จะได้ภาพจำลองวิธีสนามความเค้นรูปที่ 2 แสดงภาพวิธีสนามความเค้นตามสมการความเข้มแสง I_1 ถึง I_6 (รูปที่ 2ก ถึง 2ฉ) อย่างไรก็ตามในสมการ (2) นั้นจะใช้เพียงสี่ภาพเท่านั้น ส่วนภาพวิธีที่เหลือ (I_1 ถึง I_2) นั้นจะถูกใช้เพื่อกำหนดหา

ตัวแปรไอโซโครมาติกหรือค่าอันดับบริว N ซึ่งอยู่นอกเหนือวัตถุประสงค์ของบทความนี้



รูปที่ 3 แผนภาพไอโซคลินิกซึ่งคำนวณมาจากสมการ (2) โดยใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบ (ก) สองจุดภาค และ (ข) สี่จุดภาค สำหรับค่าของตัวแปรไอโซคลินิกในรูป ก นั้นมีค่าอยู่ในช่วง $-\pi/4$ ถึง $+\pi/4$ ในขณะที่รูป ข นั้นมีค่าอยู่ในช่วง $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$ ค่าของตัวแปรทั้งสองรูปนั้นถูกปรับ (Mapping) ให้อยู่ในช่วงสเกล $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$ โดยที่ค่า $-\pi/2$ จะถูกแทนที่ด้วยสีดำและ $+\pi/2$ ถูกแทนที่ด้วยสีขาว

3. การใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผัน

พิจารณาการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันในสมการ (2) นั้น จะเห็นได้ว่าหากใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสองจุดภาคแล้วตัวแปรไอโซคลินิกก็มีค่าในช่วง $-\pi/4$ ถึง $+\pi/4$ อย่างไรก็ตาม หากใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จุดภาคก็จะได้ค่าตัวแปรไอโซคลินิกในช่วง $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$ ผู้อ่านอาจสงสัยว่าเมื่อเป็นเช่นนี้แล้วก็ไม่จำเป็นต้องทำการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกอีกต่อไปเนื่องจากตอนนี้ค่าของตัวแปรไอโซคลินิกมีค่าอยู่ในช่วงจริงแล้ว ซึ่งในความเป็นจริงนั้นไม่สามารถกระทำดังกล่าวคือยังคงต้องมีการคืนรูปตัวแปรสำหรับสาเหตุนี้จะได้อธิบายต่อไป

รูปที่ 3 แสดงแผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกที่กำหนดหาจากสมการ (2) โดยการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสอง (รูปที่ 3ก) และสี่จุดภาค (รูปที่ 3ข) จากข้อสงสัยข้างต้นหากพิจารณารูปที่ 3ข แล้วจะพบว่ามีพื้นที่บางส่วนของค่าตัวแปรไอโซคลินิกมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง $+\pi/2$ (พื้นที่ที่สีแปรเปลี่ยนจากสีเทาไปขาว) หรือ 0 ถึง $-\pi/2$ (พื้นที่ที่สีแปรเปลี่ยนจากสีดำไปเทา) ซึ่งจะเห็นได้ว่าการคืนรูปตัวแปรนั้นยังเป็นสิ่งสำคัญ

ข้อดีของการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสองจุดภาคก็คือว่าส่วนตรงกลางของแผนภาพจะมีความต่อเนื่องของตัวแปรในขณะที่แผนภาพที่กำหนดหาด้วยการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จุดภาคจะไม่มีต่อเนื่อง อย่างไรก็ตามการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จุดภาคจะทำให้ได้บริเวณหนึ่ง ๆ ที่ค่าตัวแปรไอโซคลินิกมีค่าถูกต้องในย่านจริง กล่าวคือ $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$ ในขณะที่ลักษณะเช่นนี้จะไม่เกิดขึ้นหากใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสองจุดภาค ดังนั้นโดยสรุปก็คือว่า หากใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสองจุดภาคจะมีพื้นที่ที่ต่อเนื่องของตัวแปรแต่ไม่สามารถทำนายแผนภาพในย่านจริงได้ แต่การใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จุดภาคจะทำให้มองเห็นแนวโน้มของแผนภาพในย่านจริงแต่พื้นที่จะไม่ต่อเนื่อง ซึ่งการที่สามารถทำนายแผนภาพจริงได้นี้จะเป็นประโยชน์มากขึ้นเมื่อตัวแบบมีความซับซ้อน

มากขึ้นหรือสภาวะความเค้นในตัวแบบก่อให้เกิดจุดที่ไม่ต่อเนื่อง (Discontinuities) เช่น จุดไอโซโทรปิกหรือจุดเอกพจน์

4. วิธีการคืนรูป

ในส่วนนี้จะนำเสนอวิธีการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกโดยใช้รูปที่ 3ข วิธีการคืนรูปที่ใช้ในบทความวิจัยนี้เป็นแบบการอ่านเชิงเส้น (Line-wise Scanning) ซึ่งสามารถเป็นได้ทั้งการอ่านแนวอนหรือการอ่านแนวตั้ง อย่างไรก็ตามในครั้งนี้จะใช้การอ่านแนวอน หลักการของวิธีการคืนรูปมีดังนี้คือ ทำการอ่านค่าไอโซคลินิกตามแนวแนวอนแล้วหาค่าความแตกต่างของค่าไอโซคลินิกระหว่างจุดภาพสองจุดบนเส้นเดียวกันมีค่ามากกว่าค่าที่กำหนดไว้แล้ว (ประมาณ $\pi/3$) ค่าไอโซคลินิกของจุดภาพที่พิจารณาจะถูกเลื่อนไปโดยการบวกเข้าหรือลบออกด้วยค่า $\pi/2$ ซึ่งเงื่อนไขในการกำหนดทิศทางการเลื่อนนี้ก็คือความต่อเนื่องของไอโซคลินิก (Isoclinic Continuity) หรือความราบเรียบของผิวภาพนั่นเอง

4.1 แผนภาพไอโซคลินิก

หลังทำการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกด้วยวิธีการที่ได้อธิบายแล้วข้างต้นก็จะได้แผนภาพไอโซคลินิกในย่านจริง $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$ ซึ่งค่าเหล่านี้ได้ถูกเปลี่ยนเป็นค่าจุดภาพดังแสดงในรูปที่ 4ก

พิจารณารูปที่ 4ก พบว่าจะมีแถบของค่าไอโซคลินิกที่ผิดพลาดหลายแถบปรากฏตามแนวอนหรือตามแนวของการอ่าน ปรากฏการณ์นี้มีสาเหตุเนื่องมาจากมีค่าไอโซคลินิกที่ไม่ถูกต้องตามแนวเส้นที่แบ่งระหว่างพื้นที่ที่ค่าไอโซคลินิกมีค่าถูกต้องกับพื้นที่ที่ไม่ถูกต้อง (พิจารณารูปที่ 3ข) ดังนั้นหากมีจุดภาพใดๆ ก็ตามทีค่าไอโซคลินิกไม่ถูกต้องแล้วก็จะส่งผลให้การคืนรูปค่าไอโซคลินิกของจุดภาพถัดไปมีค่าผิดพลาดไปด้วย

ปัจจัยที่แท้จริงที่ทำให้ค่าไอโซคลินิกมีความผิดพลาดระหว่างสองพื้นที่ใดๆ ก็คือค่าไอโซโครมาติกหรือค่าอันดับบริว N นั้นมีค่าเข้าใกล้ค่าจำนวนเต็มหรือรอบรอบทุกๆ 2π หากพิจารณาเงื่อนไขที่กำหนดในสมการ (2) ก็จะเห็นได้อย่างชัดเจน กล่าวคือค่าไอโซคลินิกจะถูกบังคับให้มีค่าเข้าใกล้ $-\pi/4$ หรือ $+\pi/4$ (จุดภาคที่หนึ่งและสี่) และ $-\pi/2$ หรือ $+\pi/2$ (จุดภาคที่สองและสาม) ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับค่าตัวแปรในฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันในสมการ (2)

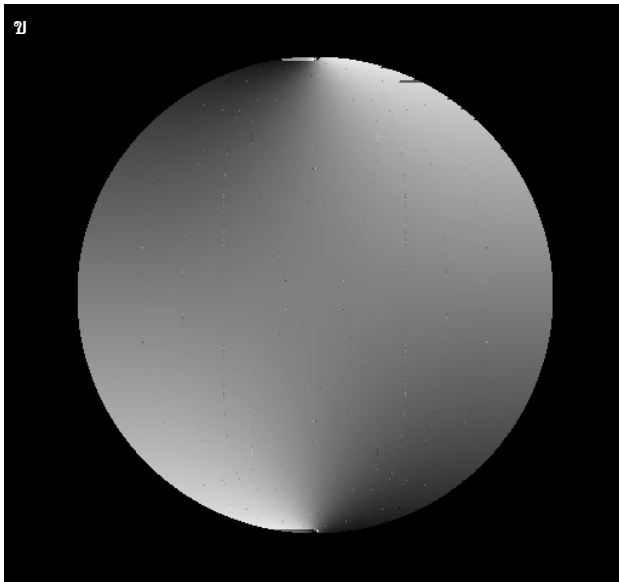
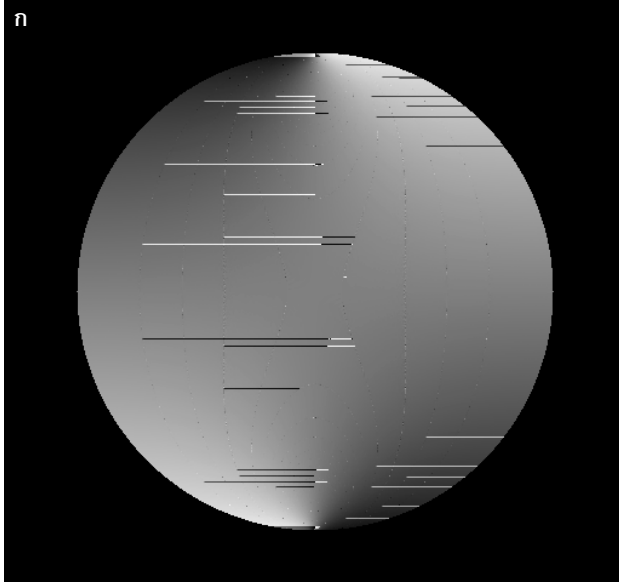
4.2 แผนภาพไอโซคลินิกปรับปรุง

หลังจากได้แผนภาพไอโซคลินิกแล้วซึ่งก็จะมีแถบค่าผิดพลาดที่เกิดจากค่าไอโซคลินิกตามบริเวณรอยต่อ มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องลดค่าความผิดพลาดเหล่านี้ออกไปให้ได้มากที่สุด ซึ่งการลดค่าผิดพลาดนี้จะใช้กระบวนการลดสิ่งรบกวน (Noise Removal) [1]

ผลจากการประยุกต์ใช้กระบวนการลดสิ่งรบกวนก็จะได้แผนภาพไอโซคลินิกปรับปรุงดังแสดงในรูปที่ 4ข ซึ่งจะเห็นได้ว่าจุดภาพผิดพลาดหรือสิ่งรบกวนได้ถูกขจัดออกไปเกือบหมดแต่ยังคงเหลือจุดผิดพลาดบางส่วนบริเวณจุดสูงสุดและต่ำของภาพรวมทั้งเส้นสีเทาทางด้านบนขวาที่ยังคงเห็นได้อย่างชัดเจน

จากแผนภาพจะเห็นได้ถึงความต่อเนื่องของตัวแปรไอโซคลินิกตลอดทั่วทั้งพื้นที่ตัวแบบโดยการแปรเปลี่ยนของสีจากสีดำไปเป็นสีขาว

บริเวณรอบจุดด้านบนสุดและด้านล่างสุดนั้นซึ่งเป็นจุดที่มีแรงกระทำ ค่าไอโซคลินิกจะมีการเปลี่ยนแปลงค่าไปอย่างรวดเร็วจาก $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$



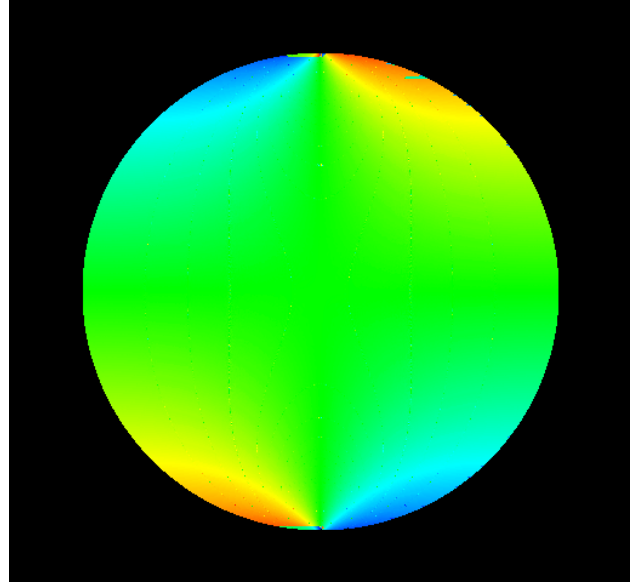
รูปที่ 4 แผนภาพไอโซคลินิกในย่านจริงซึ่งได้จากการคืนรูป (ก) แผนภาพจริง และ (ข) แผนภาพจริงปรับปรุงโดยใช้กระบวนการลดสิ่งรบกวน ในแผนภาพสีค่าคือ $-\pi/2$ และสีขาวคือ $+\pi/2$

นอกจากนี้จากการกำหนดในหัวข้อ 2.1 (รูปที่ 1) แสดงให้เห็นว่าแผนภาพไอโซคลินิกที่ได้จากการคืนรูปนี้แสดงทิศทางการเค้นหลัก σ_1 ส่วนรูปที่ 5 แสดงแผนภาพรูปที่ 4x ในเฉดสีที่เป็นสเปกตรัมของแสงที่มองเห็นได้ ซึ่งจะทำให้เห็นจุดภาพที่ผิดพลาดชัดเจนมากยิ่งขึ้น

5. บทสรุป

บทความนี้ได้นำเสนอวิธีการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกจากแผนภาพที่กำหนดหาด้วยการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จุดภาค ผลลัพธ์ที่ได้จากการคืนรูปแสดงให้เห็นว่า สามารถกำหนดหาแผนภาพ

จริงในย่าน $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$ ของตัวแปรไอโซคลินิกได้โดยที่แผนภาพยังคงมีค่าที่ผิดพลาดบ้างบางจุด ทั้งนี้สาเหตุเนื่องมาจากอิทธิพลของ



รูปที่ 5 แผนภาพไอโซคลินิกในรูปที่ 4x แสดงในเฉดสีสเปกตรัมของแสงที่มองเห็นได้เพื่อให้เกิดความชัดเจนในการพิจารณาแผนภาพและจุดภาพผิดพลาดที่ยังเหลืออยู่จากการใช้กระบวนการลดสิ่งรบกวน ในแผนภาพสีน้ำเงินคือ $-\pi/2$ และสีแดงคือ $+\pi/2$

ตัวแปรไอโซโครมาติก อย่างไรก็ตาม การประยุกต์ใช้กระบวนการลดสิ่งรบกวนเพื่อขจัดค่าผิดพลาดเหล่านั้นทำให้ได้แผนภาพไอโซคลินิกที่มีความราบเรียบมากขึ้น

การกำหนดหาแผนภาพไอโซคลินิกโดยใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จุดภาคจะทำให้เห็นแผนภาพจริงของไอโซคลินิกได้ซึ่งผลจากการวิเคราะห์ในเบื้องต้นนี้ชี้ให้เห็นว่าวิธีการนี้ใช้ได้ผลจริง สามารถนำไปขยายผลเพื่อการศึกษาวิจัยปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นเป็นลำดับ เช่นปัญหาที่มีความไม่ต่อเนื่องในแผนภาพไอโซคลินิก (จุดไอโซโทรปิกและจุดเอกพจน์) ซึ่งก็จะได้รายงานให้ทราบในโอกาสต่อไป

เอกสารอ้างอิง

1. Ramesh, K., 2000. Digital Photoelasticity: Advanced Technique and Applications. Springer, Berlin Germany.
2. Patterson, E.A., and Wang, Z.F., 1991. Towards Full-field Automated Photoelastic Analysis of Complex Components. Strain, Vol. 27, No. 2, pp. 49-56.
3. พิเชษฐุ์ พินิจ, ณัฐวัฒน์ พลอยทับทิม และ ศรัญญู มั่นพิศุทธิ์, 2551. การจำลองแบบวีรวิธานความเค้นเพื่อวิธีวิเคราะห์ความเค้นในช่วงยืดหยุ่นด้วยแสง, ในการสัมมนาวิชาการทางวิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ครั้งที่ 6, หาดใหญ่, สงขลา, 8-9 พฤษภาคม 2551, บณชิตีรอม บทความเลขที่ PEC6OR110, หน้า 659-664
4. Frocht, M.M., 1948. Photoelasticity, Vol. II, John Wiley &

Sons, New York, U.S.A.