ME-NETT23
The 23rd Conference of the Mechanical Engineering Network of Thailand

AMM-018108

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 23
4 – 7 พฤศจิกายน 2552 จังหวัดเชียงใหม่

การปรับปรุงกระบวนการคืนรูปเฟสแบบกึ่งอาณาบริเวณสำหรับตัวแปรไอโซคลินิกในโฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลข

Modification of Semi-regional Phase Unwrapping Process for Isoclinic Parameter in Digital Photoelasticity

พิเชษฐ์ พินิจ

ภาควิชาครุศาสตร์เครื่องกล คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมและเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
บางมด ทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140
ผู้ติดต่อ: pichet.pin@kmutt.ac.th, โทรศัพท์ (662) 4708522, โทรสาร (662) 4708527

บทคัดย่อ

การคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการวิเคราะห์ความเค้นด้วยโฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลข กระบวนการคืนรูปเดิม [Pinit and Umezaki, Opt. and Lasers in Eng., 45(7): 795-807, 2007] สามารถคืนรูปตัวแปรสำหรับหลาย ๆ ปัญหาได้แต่ต้องใช้ค่าตัวแปรซ่อนรูปหลายย่าน ค่าตัวแปรเหล่านี้ถูกบันทึกลงในหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์จนกว่าการคืนรูปจะแล้วเสร็จ ซึ่งเป็นผลให้เกิดการคำนวณที่ซับซ้อนและการใช้หน่วยความจำที่มากเกินไป บทความฉบับนี้จึงนำเสนอการปรับปรุงกระบวนการคืนรูปเดิมให้มีศักยภาพมากขึ้น ส่วนสำคัญในการปรับปรุงคือ ขจัดการเก็บค่าตัวแปรในย่านต่าง ๆ ในหน่วยความจำโดยคงไว้เฉพาะย่านที่จำเป็น ส่วนย่านอื่นจะคำนวณหาระหว่างการคืนรูป ผลจากการประยุกต์ใช้กระบวนการปรับปรุงกับภาพริ้วสนามความเค้นแสดงให้เห็นว่า แผนภาพไอโซคิลนิกแตกต่างกันน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากกระบวนการเดิม ในขณะที่กระบวนการปรับปรุงใช้หน่วยความจำและเวลาในการคืนรูปน้อยกว่า

คำหลัก: กระบวนการคืนรูปแบบกึ่งอาณาบริเวณ, ตัวแปรไอโซคลินิก, โฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลข

Abstract

Phase unwrapping for isoclinic parameter is an important process for stress analysis using digital photoelasticity. The original process [Pinit and Umezaki, Opt. and Lasers in Eng., 45(7): 795-807, 2007] handles well various problems with several ranges of wrapped isoclinics. These isoclinic values are kept in a computer memory until the process finishes. This operation causes a complicated calculation and a high memory requirement. This paper presents a modified version of the original one to improve a performance of the process. Reducing a high memory requirement and making a computational time faster are the main contribution. Results from the application of the modified process to stress fringe images show that isoclinic maps obtained from both processes represent a very high degree of similarity with lesser memory requirement and computational time.

Keywords: Digital photoelasticity, Isoclinic parameter, Semi-regional phase unwrapping process

1. บทนำ

เฟสซ่อนรูป (wrapped phase) ของตัวแปรไอโซ-คลินิก (หรือ ทิศทางความเค้นหลัก) เป็นปัญหาทางกายภาพที่มีความสำคัญมากในการศึกษาทางด้านโฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลข เฟสซ่อนรูปก็คือ ค่าเฟสในย่านหนึ่ง ๆ ที่เล็กกว่าย่านที่แท้จริง ซึ่งโดยทั่วไปนั้นย่านที่สามารถคำนวณหาได้จะมีค่าอยู่ในช่วง -45° ถึง $+45^\circ$ ในขณะที่ย่านแท้จริงจะมีค่าอยู่ในช่วง -90° ถึง $+90^\circ$ [1] รูปที่ 1 แสดงความแตกต่างระหว่างเฟสซ่อนรูปกับเฟสเต็มรูป (unwrapped phase) ของตัวแปรไอโซคลินิก

ปัญหาเฟสซ่อนรูปนี้จะเกิดขึ้นแม้แต่ในทางทฤษฎี (ในรายวิชากลศาสตร์วัสดุ) สำหรับปัญหาความเค้นระนาบนั้น เป็นที่ทราบกันดีว่า ตัวแปรไอโซคลินิกสามารถคำนวณหาได้จาก

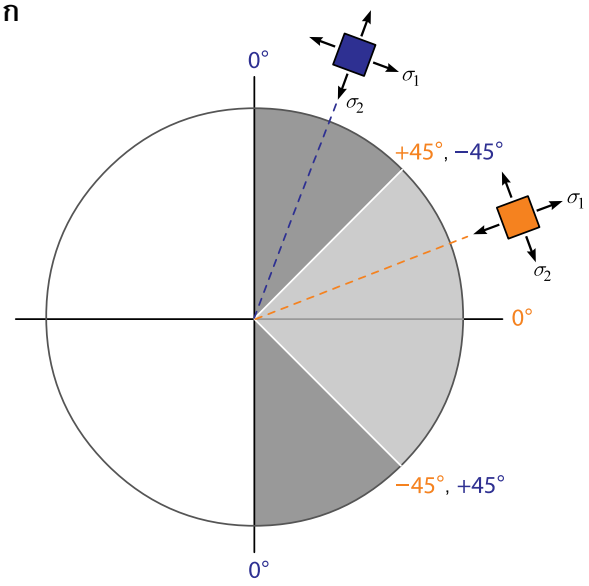
$$\phi = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}\right) \qquad (1)$$

พิจารณาสมการ (1) จะพบว่า ค่าตัวแปรไอโซ-คลินิก ϕ จะขึ้นอยู่กับค่าที่ได้จากฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผัน ซึ่งมีใช้อยู่สองรูปแบบคือ

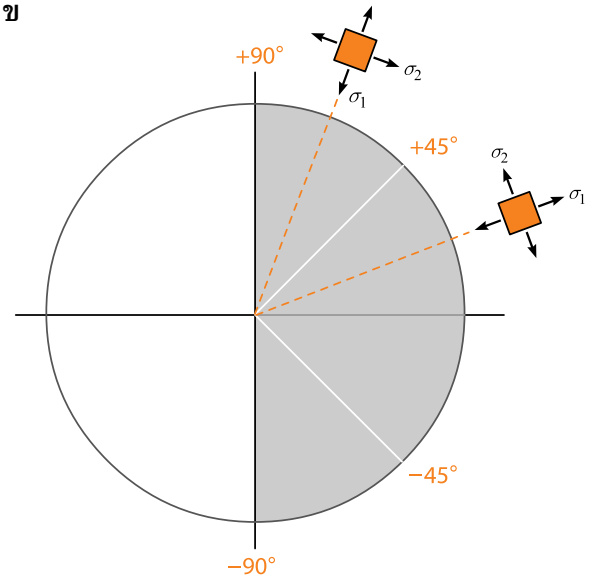
- ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสองจตุภาค (ordinary inverse tangent function, atan(·)) ซึ่งจะให้ผลลัพธ์ในจตุภาคที่หนึ่งและสี่
- ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบให้ผลลัพธ์สี่จตุ-ภาค (sign-dependent inverse tangent function, atan2(·)) ซึ่งจะมีใช้อยู่ในภาษาคอมพิวเตอร์ทั่วไป เช่น C/C++ และโปรแกรมการคำนวณแบบแผ่นงาน เช่น ไมโครซอฟท์เอกซ์เซล (MS Excel) เป็นต้น

ฟังก์ชัน atan(·) จะทำให้ $-45^\circ < \phi \leqslant +45^\circ$ ส่วนฟังก์ชัน atan2(·) นั้นจะได้ $-90^\circ < \phi \leqslant +90^\circ$ จากการพิจารณาการใช้ฟังก์ชัน atan2(·) จะพบว่าค่าตัวแปรไอโซคลินิกที่ได้มาเป็นค่าในย่านจริงก็จะตอบโจทย์ปัญหาได้ทันที อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติไม่สามารถกระทำได้ สำหรับรายละเอียดจะไม่กล่าวในที่นี้ ผู้อ่านสามารถค้นคว้าเพิ่มเติมได้ในเอกสารอ้างอิงหมายเลข [2]

ก



ข



รูปที่ 1 ความแตกต่างระหว่าง (ก) เฟสซ่อนรูป กับ (ข) เฟสเต็มรูปของตัวแปรไอโซคลินิก โดยที่เฟสซ่อนรูปและเฟสเต็มรูปจะมีค่าอยู่ในย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ และย่าน -90° ถึง $+90^\circ$ ตามลำดับ

สำหรับการแก้ปัญหาในทางทฤษฎีสามารถกระทำได้โดยใช้วิธีการอื่น ๆ เช่น วงกลมโมร์ หรือวิธีปัญหาค่าเจาะจง (eigen value problem)

ค่าตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปนี้มีความสำคัญอย่างไร? คำตอบของคำถามข้อนี้มักจะไม่ได้มีการกล่าวถึงในรายวิชากลศาสตร์วัสดุ พิจารณาสมการการแปลงความเค้นระนาบสำหรับความเค้นเฉือนที่หน้าตัด

ใด ๆ ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้ คือ

$$\tau = \tfrac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})\sin 2\phi + \tau_{xy}\cos 2\phi \qquad (2)$$

บนระนาบหลัก ความเค้นเฉือน $\tau_{xy} = 0$ ดังนั้น $\sigma_{xx} = \sigma_1$ และ $\sigma_{yy} = \sigma_2$ และ สมการ (2) กลายเป็น

$$\tau = \tfrac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\sin 2\phi \qquad (3)$$

ในสมการ (3) ผลต่างของค่าความเค้นหลัก $(\sigma_1 - \sigma_2)$ คือ ตัวแปรไอโซโครมาติก และ ϕ ก็คือตัวแปรไอโซ-คลินิกดังที่ได้กล่าวข้างต้น สมการ (3) เป็นสมการที่มีสำคัญอย่างมากสำหรับการแยกความเค้น (stress separation) ในโฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลข

เนื่องจากว่า ฟังก์ชันไซน์เป็นฟังก์ชันคี่ ดังนั้น เมื่อใดก็ตามที่ค่าของ ϕ ในสมการ (3) มีการสลับเครื่องหมาย (หรือเมื่อ $\phi < -45^\circ$ หรือ $\phi > +45^\circ$) เครื่องหมายของความเค้นเฉือน τ ก็จะสลับด้วยเช่นกัน อย่างไรก็ตาม หากใช้ย่าน $-90^\circ < \phi \leqslant +90^\circ$ แล้วก็จะทำให้ค่าความเค้นเฉือนมีความต่อเนื่อง (ดูรูปที่ 1ข) ดังนั้น การคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกจึงเป็นเรื่องที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง

สำหรับปัญหาการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกนี้ ผู้วิจัยและผู้ร่วมวิจัยได้นำเสนอวิธีการคืนรูปเฟสที่สามารถใช้หาย่านแท้จริงได้ [3] ทั้งนี้วิธีการดังกล่าวใช้ฟังก์ชัน atan(·) ในการคำนวณและสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ไม่มีและมีความไม่ต่อเนื่องได้ อย่างไรก็ตาม แม้ว่าการคืนรูปดังกล่าวข้างต้นจะใช้แก้ปัญหาดังที่กล่าวแล้วได้ ขั้นตอนภายในก็ยังไม่มีความเหมาะสมสุด ทั้งนี้เนื่องจากการที่ต้องใช้ค่าของ ϕ ในย่านเฟสซ่อนรูปหลาย ๆ ย่าน ซึ่งทำให้ต้องใช้หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์และเวลาในการคำนวณมากขึ้น ทั้งสองเรื่องนี้มีความสำคัญอย่างมากในเรื่องของการคืนรูปเฟส [4]

ด้วยเหตุดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงนำเสนอการปรับปรุงกระบวนการคืนรูปเฟสสำหรับตัวแปรไอโซ-คลินิก [3] เพื่อให้การคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2. การคืนรูปเฟส

หัวข้อนี้จะกล่าวถึงหลักการทั่วไปของการคืนรูปเฟสและวิธีการคืนรูปเฟสสำหรับตัวแปรไอโซคลินิกในโฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลข

2.1 หลักทั่วไปของการคืนรูปเฟส [4]

การคืนรูปเฟสเป็นกระบวนการไร้เชิงเส้นสำหรับหาค่าเฟสเต็มรูปจากเฟสซ่อนรูป ค่าของเฟสจะสัมพันธ์โดยตรงกับปริมาณทางฟิสิกส์ เช่น ความสูง การเปลี่ยนรูป อุณหภูมิ ขนาด และทิศทาง เป็นต้น ดังนั้น การคืนรูปเฟสจึงเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้การแปลความหมายของปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์มีความถูกต้องและสมบูรณ์

เนื่องจากเฟสจะถูกบันทึกในรูปแบบของภาพเชิงเลข ดังนั้น กระบวนการคืนรูปเฟสจึงเป็นการเปรียบเทียบค่าเฟสระหว่างจุดภาพที่อยู่ใกล้เคียง หากเฟสระหว่างจุดภาพสองจุดมีความต่อเนื่องแล้วค่าของเฟสก็จะมีการแปรเปลี่ยนค่าไปอย่างราบเรียบ ยกเว้นบริเวณที่เกิดการกระโดดของเฟส (phase jumps) อันเนื่องมาจากการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผัน โดยหลักการแล้ว เฟสเต็มรูป $\varphi[n]$ จะถูกซ่อนไว้ตามความสัมพันธ์

$$W\{\varphi[n]\} = \psi[n] = \varphi[n] + 2\pi k[n] \qquad (4)$$

โดยที่ $W\{\cdot\}$ คือ ตัวปฏิบัติการซ่อนเฟส (wrapping operator), n คือ จำนวนเต็ม, $\psi[n]$ คือ เฟสซ่อนรูป และ $k[n]$ คือ ฟังก์ชันจำนวนเต็มที่บังคับให้ ψ มีค่าอยู่ในย่าน 0 ถึง $+2\pi$ จากสมการ (4) จะเห็นได้ว่าการคืนรูปเฟสก็คือ การหาค่า k ที่ทำให้ ψ มีค่าใกล้เคียงกับ φ มากที่สุด

2.2 การคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิก

รูปที่ 2 แสดงรูปคลื่นฟันเลื่อยของเฟสซ่อนรูปและเฟสเต็มรูป โดยที่เฟสซ่อนรูปได้มาจากการใช้ฟังก์ชัน atan(·) (สมการ (1)) จากรูปจะเห็นได้ว่า ค่า ϕ ในย่านเฟสซ่อนรูปจะแปรเปลี่ยนค่าไปมาอยู่ระหว่าง -45° ถึง $+45^\circ$ เนื่องจากค่า ϕ ที่คำนวณได้จากสมการ (1) มีสองค่า โดยที่ค่าแรกมักจะถูกกำหนดให้แสดงทิศทาง

ของ σ_1 ส่วนค่าที่สองแสดงทิศทางของ σ_2 ซึ่งหาได้โดยเพิ่มหรือลดจากค่าแรกไปอีก 90°

สนามตัวแปรไอโซคลินิกของ σ_1 ที่มีความต่อเนื่องในย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ นั้นจะเกิดขึ้นได้เพียงกรณีเดียวคือ ค่าแรกต้องมีค่าเท่า -45° ซึ่งทำให้ได้ค่าที่สอง $+45^\circ$ อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติ ค่าแรกไม่จำเป็นต้องเท่ากับ -45° เสมอไป ดังนั้น หากค่าแรกมีค่ามากกว่า -45° ตัวอย่างเช่น -55° (พิจารณาเฉพาะขนาดของมุม) ค่าที่สองก็คือ $+35^\circ$ ค่าไอโซคลินิกของ σ_1 จะมีความต่อเนื่องหากค่าที่แสดงออกมาเป็น -55° อย่างไรก็ตาม สิ่งที่แสดงออกมาก็คือ $+35^\circ$ ซึ่งเป็นค่าไอโซคลินิกของ σ_2 (ดูส่วนซ้ายของรูปที่ 2) คำอธิบายนี้สามารถพิสูจน์ได้โดยพิจารณาสมการ (1) ที่ใช้หาค่าตัวแปรไอโซคลินิก

จากที่ได้กล่าวข้างต้น การคืนรูปตัวแปรไอโซ-คลินิก ก็คือ การหาค่าไอโซคลินิก θ ที่จะทำให้ส่วนที่เป็นช่องว่างของรูปคลื่น หรือพื้นที่ภายในเส้นประ (รูปที่ 2) เป็นของ σ_1 ทั้งหมด

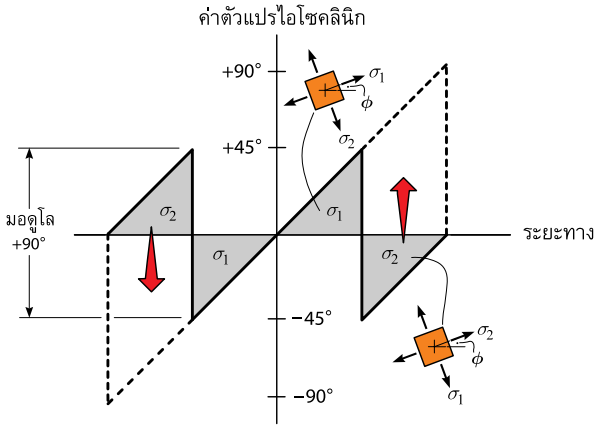
2.3 กระบวนการคืนรูปเดิม [3]

กระบวนการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกที่ได้นำเสนอไปแล้วนั้น สามารถแบ่งออกเป็นขั้นตอนหลักๆ ได้ดังนี้

(1) คำนวณหาค่า ϕ ในย่าน 0° ถึง $+45^\circ$ (ย่านพื้นฐาน) โดยใช้ภาพริ้วสนามความเค้นซึ่งได้มาจากหลักการเลื่อนเฟส (phase shifting)

(2) กำหนดค่า ϕ ในย่าน 0° ถึง $+90^\circ$ และย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ โดยอาศัยการเปรียบเทียบค่าความเข้มแสง (intensity-based comparison) ของภาพริ้วสนามความเค้นในขั้นที่ 1 ซึ่งทั้งสองย่านนี้จะถูกบันทึกไว้ในหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ในรูปของอะเรย์สองมิติแบบจุดลอย (floating-point array) เพื่อใช้งานต่อไป

(3) กำหนดอาณาบริเวณที่ค่าของ ϕ มีค่าอยู่ภายในย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ (เท่ากับหรือน้อยกว่า) และบันทึกอาณาบริเวณนี้ลงในไบนารีอะเรย์อาณาบริเวณ (regional binary array) โดยจุดใด ๆ ก็ตามอยู่ในอาณาบริเวณดังกล่าวจะถูกบันทึกให้เป็นจุดภาพขาวส่วนจุดอื่น ๆ ที่อยู่นอกอาณาบริเวณก็จะถูกบันทึกเป็นจุดภาพดำ



รูปที่ 2 เฟสซ่อนในย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ (เส้นทึบ) และเฟสเต็มรูปในย่าน -90° ถึง $+90^\circ$ (เส้นประ) ในรูปของรูปคลื่นฟันเลื่อย ซึ่งได้มาจากการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผัน ลูกศรแสดงทิศทางการเลื่อนของเฟส (การคืนรูป) เพื่อให้ได้เฟสเต็มรูป

(4) กำหนดตำแหน่งของจุดที่มีความไม่ต่อเนื่องในสนามไอโซคลินิก เช่น จุดเอกพจน์ (singular point), จุดไอโซโทรปิก (isotropic point) และ จุดที่แรงกระทำและจุดรองรับ โดยใช้ค่าของ ϕ ในย่าน 0° ถึง $+90^\circ$ และย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ จากนั้นทำการขยายตำแหน่งเหล่านี้ให้มีความกว้างพอสมควร หลังจากขยายแล้วตำแหน่งดังกล่าวจะถูกบันทึกลงในไบนารีอะเรย์จุดไม่ต่อเนื่อง (discontinuous-point binary array) โดยตอนเริ่มต้นไบนารีอะเรย์จุดไม่ต่อเนื่องจะถูกกำหนดให้เป็นจุดภาพขาว ส่วนตำแหน่งที่แสดงความไม่ต่อเนื่องจะถูกกำหนดให้เป็นจุดภาพดำ

(5) ทำการปฏิบัติการเชิงตรรกะ (logic operation) ระหว่างไบนารีอะเรย์อาณาบริเวณกับไบนารีอะเรย์จุดไม่ต่อเนื่อง ที่ได้ในขั้นตอนที่ 3 และ 4 ตามลำดับ ผลลัพธ์ที่ได้ก็คือ ส่วนที่แสดงความไม่ต่อเนื่องในสนามไอโซคลินิกก็จะถูกขจัดออกไปจากไบนารีอะเรย์อาณาบริเวณ และไบนารีอะเรย์จุดไม่ต่อเนื่องก็จะถูกลบออกจากหน่วยความจำทันที เว้นแต่ผู้ใช้ต้องการแสดงตำแหน่งของความไม่ต่อเนื่อง

(6) กำหนดอาณาบริเวณที่มีขนาดใหญ่ที่สุดในไบนารีอะเรย์อาณาบริเวณจากขั้นตอนที่ 5 โดยใช้อะกอริทึมกำหนดอันดับการเชื่อมต่อขององค์ประกอบ (connected component labeling algorithm) [4] ซึ่งวิธีการก็คือ กำหนดให้ทุกจุดภาพในอาณาบริเวณที่ถูกเลือกเป็นจุดภาพขาว ส่วนอาณาบริเวณอื่น ๆ ที่เหลือจะถูกกำหนดให้เป็นจุดภาพดำ สำหรับผลที่ได้จากใช้อะกอริทึมดังกล่าว คือ อะเรย์ชี้วัด (index array)

(7) สร้างอะเรย์สองมิติแบบจุดลอยเพื่อใช้บันทึกค่า θ ในย่านจริง โดยเรียกชื่อว่า อะเรย์ไอโซคลินิกเต็มรูป วิธีการกำหนดค่าเริ่มต้นให้กับอะเรย์นี้ คือ

7.1 กำหนดให้อาณาบริเวณในอะเรย์ชี้วัดเป็นอาณาบริเวณที่ผ่านการคืนรูปแล้ว

7.2 ถ่ายโอนค่าตัวแปรไอโซคลินิก ϕ ในย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ จากอะเรย์ในขั้นที่ 2 โดยอาศัยอาณาบริเวณในอะเรย์ชี้วัดเป็นตัวกรอง (filter) ลงในอะเรย์ไอโซคลินิกเต็มรูป กล่าวคือ จุดภาพใดก็ตามที่อยู่ภายในอะเรย์ชี้วัด ค่า θ ของจุดภาพที่ตรงกันนั้นก็จะถูกถ่ายโอน ส่วนจุดภาพอื่น ๆ ก็จะถูกกำหนดให้มีค่าเป็น 0

(8) อ่านกวาด (scan) ในไบนารีอะเรย์ (ขั้นตอนที่ 4 หรือ 6) เพื่อหาพิกัดของจุดภาพที่อยู่ที่ขอบของอาณาบริเวณที่ใหญ่ที่สุดนั้น บันทึกพิกัดดังกล่าวพร้อมทั้งค่า ϕ ของจุดภาพเดียวกันที่ได้จากอะเรย์ไอโซคลินิกเต็มรูป ลงในอะเรย์รายการ (list array) หนึ่งมิติ โดยที่ลำดับของการบันทึกจะขึ้นอยู่กับค่าความแตกต่างสัมบูรณ์ระหว่างค่า ϕ ของแต่ละจุดภาพกับค่าเฉลี่ย ϕ ของจุดภาพทั้งหมดที่ถูกอ่านพบซึ่งจุดภาพใดที่มีค่าความแตกต่างน้อยที่สุดก็จะถูกบันทึกก่อนและเรียงตามลำดับไปเรื่อยๆ จนครบทุกจุดภาพ

จากนั้น ทำการเปลี่ยนแปลงค่า ϕ ของจุดภาพที่อยู่นอกอาณาบริเวณที่ถูกเลือกในขั้นตอนที่ 6 โดยใช้ตำแหน่งของจุดภาพต่าง ๆ และค่า ϕ ที่ถูกบันทึกไว้ในอะเรย์รายการในขั้นตอนที่ 8 มาเป็นจุดภาพศูนย์กลางของหน้าต่างคืนรูป (unwrapping window) ขนาด 3 จุดภาพ $\times$ 3 จุดภาพ ค่า ϕ ของจุดภาพที่พิจารณาอยู่นั้น (จุดภาพที่มีค่าในไบนารีอะเรย์เท่ากับ 0) ก็จะถูกเปลี่ยนแปลงค่าไปตามเงื่อนไขของการเปรียบเทียบระหว่างค่า ϕ ในย่าน 0° ถึง $+90^\circ$ และ -45° ถึง $+45^\circ$ (ดูรูปที่ 2) โดยค่าที่เปลี่ยนไปจะต้องทำให้เกิดความต่อเนื่องของค่า ϕ ของทั้งจุดภาพศูนย์กลางและจุดภาพที่พิจารณา สำหรับรายละเอียดมีขั้นตอนย่อยดังนี้

8.1 เลือกจุดภาพศูนย์กลางจากอะเรย์รายการและสร้างหน้าต่างคืนรูป

8.2 เปลี่ยนแปลงค่าของ ϕ ของจุดภาพที่มีค่าในอะเรย์ชี้วัดเป็น 0 และบันทึกค่าดังกล่าวลงในอะเรย์ไอโซคลินิกเต็มรูป โดยที่เงื่อนไขของการเปลี่ยนแปลงค่าเมื่อเทียบกับค่า ϕ ของจุดภาพศูนย์กลาง ก็คือความต่อเนื่องของค่าไอโซคลินิก

8.3 ลบจุดภาพศูนย์กลางออกจากอะเรย์รายการ

8.4 เปลี่ยนค่าของจุดภาพในอะเรย์ชี้วัดที่ถูกเปลี่ยนแปลงค่า ϕ แล้วเป็น 1

ทำซ้ำขั้นตอนนี้จนครบทุกจุดภาพหรือทั่วทั้งอาณาบริเวณของสนามความเค้น

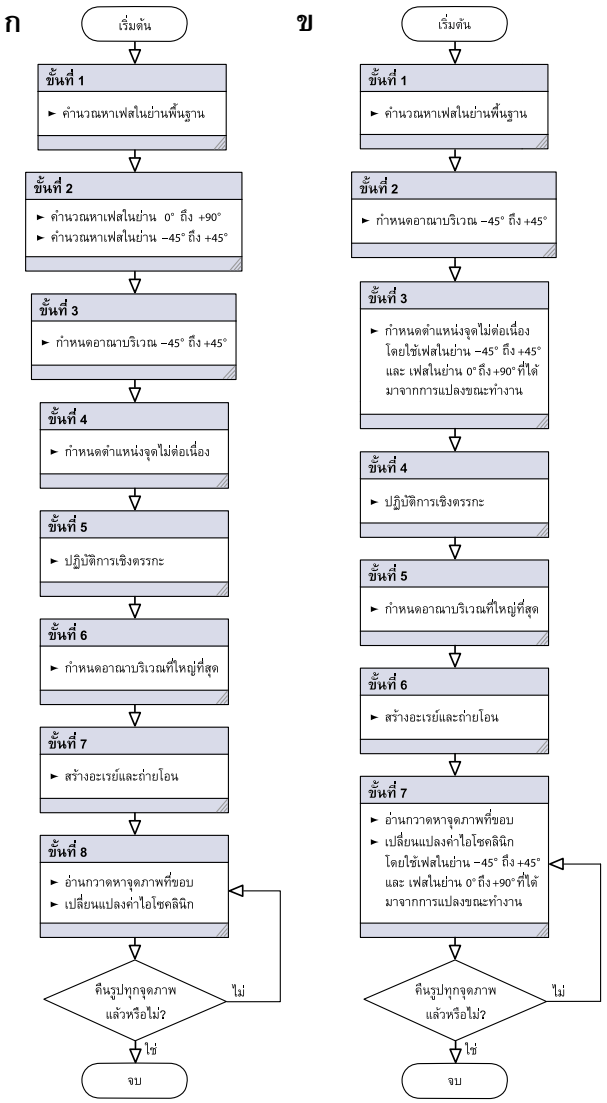
พึงสังเกตว่า หากสนามความเค้นที่พิจารณาไม่มีความไม่ต่อเนื่องที่เป็นผลมาจากจุดเอกพจน์ หรือจุดไอโซทรอปิกแล้ว ขั้นตอนที่ 4 และ 5 ก็จะไม่มี สำหรับขั้นตอนทั้งหมดนี้แสดงอยู่ในรูปที่ 3ก

2.4 กระบวนการคืนรูปปรับปรุง

กระบวนการคืนรูปเฟสที่ได้นำเสนอแล้วนั้นจำเป็นต้องคำนวณหาค่า ϕ ในย่านพื้นฐานและบันทึกในหน่วยความจำก่อนที่จะคำนวณหา ค่า ϕ ในย่าน 0° ถึง $+90^\circ$ และย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ ดังนั้น หากลดการเก็บค่า ϕ ในย่านพื้นฐานในหน่วยความจำก็จะทำให้การคำนวณเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

นอกจากนี้หากพิจารณารูปที่ 2 แล้วจะเห็นได้ว่าการเริ่มกระบวนการคืนรูปจากค่า ϕ ในย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ ก็จะทำให้มีความสะดวกมากขึ้น นอกจากนี้ การแปลงค่า ϕ ไปมาระหว่างย่าน 0° ถึง $+90^\circ$ และย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ สามารถกระทำได้ในขณะการคืนรูปซึ่งความสัมพันธ์เพื่อการเปลี่ยนค่านี้คือ

$$\phi_{0^\circ}^{+90^\circ} = \phi_{-45^\circ}^{+45^\circ} + 90^\circ \quad \text{ถ้า} \quad \phi_{-45^\circ}^{+45^\circ} \leqslant 0 \qquad (5)$$



รูปที่ 3 ผังแสดงกระบวนการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิก (ก) กระบวนการเดิม และ (ข) กระบวนการปรับปรุง

หรือ

$$\phi_{-45^\circ}^{+45^\circ} = \phi_{0^\circ}^{+90^\circ} - 90^\circ \quad \text{ถ้า} \quad \phi_{0^\circ}^{+90^\circ} \geqslant 0 \qquad (6)$$

โดยที่ $\phi_{0^\circ}^{+90^\circ}$ และ $\phi_{-45^\circ}^{+45^\circ}$ คือค่า ϕ ในย่าน 0° ถึง $+90^\circ$ และย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ ตามลำดับ

จากการพิจารณาสมการ (5) และ (6) จะพบว่าการเปลี่ยนแปลงค่า ϕ นี้จะขึ้นอยู่กับค่ามอดูโล (modulo) $+90^\circ$ ดังแสดงในรูปที่ 2

สำหรับการปรับปรุงนั้น สามารถกระทำได้ดังนี้

(1) คำนวณหาค่า ϕ ในย่าน -45° ถึง $+45^\circ$ จากย่านพื้นฐานทันที และลบค่า ϕ ในย่านพื้นฐานออกไป

(2) ในขั้นตอนที่ 3 (รูปที่ 3ข) คำนวณหาค่า ϕ ในย่าน 0° ถึง $+90^\circ$ โดยอาศัยสมการ (5) ทั้งนี้เพื่อใช้ในการกำหนดหาจุดเอกพจน์ จุดไอโซโทรปิก และจุดที่แรงกระทำ

(3) ในขั้นตอนที่ 7 (รูปที่ 3ข) คำนวณหาค่า ϕ ในย่าน 0° ถึง $+90^\circ$ โดยอาศัยสมการ (5) เพื่อใช้เป็นเงื่อนไขในการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิก

แม้ว่าส่วนที่ปรับปรุงจะมีไม่มากนักแต่ขั้นตอนที่ 3 และ 7 เป็นขั้นตอนที่สำคัญและใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างมาก โดยเฉพาะในขั้นตอนที่ 7 นอกจากนี้จะเห็นได้ว่า ค่า ϕ ในย่านพื้นฐานและย่าน 0° ถึง $+90^\circ$ ไม่จำเป็นต้องเก็บไว้ในหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์อีกต่อไป

3. การทดสอบกับริ้วสนามความเค้น

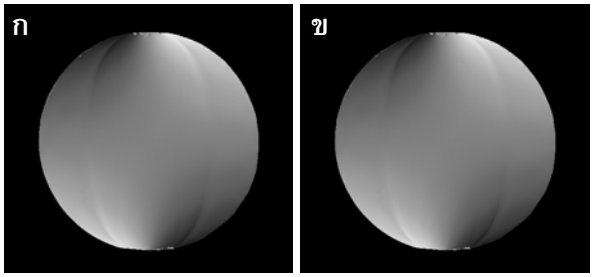
หัวข้อนี้จะกล่าวถึงการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการคืนรูปเดิมและปรับปรุงกับริ้วสนามความเค้นที่ได้จากการทดลอง สำหรับการทดสอบจะกระทำบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (Pentium IIII – M 1.79 GHz 512 MB RAM) แผนภาพไอโซคลินิกเต็มรูปในย่าน -90° ถึง $+90^\circ$ จะถูกเปลี่ยนเป็นสีขาวและดำแบบเชิงเส้น โดยที่สีดำแทน -90° และสีขาวแทน $+90^\circ$

3.1 แผ่นจานกลมรับแรงเข้มกดในแนวเส้นผ่านศูนย์กลาง

รูปที่ 4 แสดงแผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกในย่าน -90° ถึง $+90^\circ$ ที่ได้จากกระบวนการคืนรูปไอโซคลินิกเดิมและปรับปรุง สำหรับภาพริ้วสนามความเค้นที่ใช้ในการคำนวณหาย่านพื้นฐาน (ขั้นที่ 1) จะไม่แสดงในที่นี้ ผู้สนใจสามารถสืบค้นเพิ่มเติมได้ในเอกสารอ้างอิงหมายเลข [3]

จากการพิจารณาแผนภาพไอโซคลินิกทั้งสองพบว่า ไม่มีความแตกต่างกัน ซึ่งเป็นการชี้ให้เห็นว่าวิธีการคืนรูปปรับปรุงนั้นสามารถใช้งานได้จริง อย่างไรก็ตาม ยังพบว่ายังมีความไม่สม่ำเสมอของแผนภาพที่ขอบด้านบนและล่างของตัวแบบ ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของตัวแบบ

ในส่วนของเวลาที่ใช้ในการคำนวณนั้นจะแตกต่าง



รูปที่ 4 แผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปขนาด 512 จุดภาพ × 480 จุดภาพ ของแผ่นจานกลมรับแรงเข้มกดในแนวเส้นผ่านศูนย์กลาง ซึ่งได้มาจาก (ก) กระบวนการเดิม [3] และ (ข) กระบวนการปรับปรุง

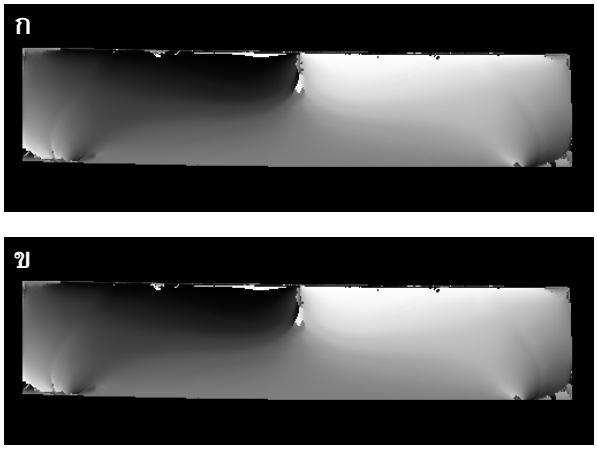
กันเล็กน้อย กล่าวคือ กระบวนการเดิมใช้เวลา 1.108 วินาที ในขณะที่กระบวนการปรับปรุงใช้เวลา 1.053 วินาที ซึ่งจะเห็นได้ว่า กระบวนการปรับปรุงใช้เวลาน้อยกว่า อย่างไรก็ตาม ความแตกต่างนี้อาจไม่เด่นชัด ทั้งนี้เนื่องมาจากว่า พื้นที่ที่ต้องทำการคืนรูปจริง ๆ นั้นมีบริเวณไม่ใหญ่มาก

3.2 คานสี่เหลี่ยมมีจุดรองรับอย่างง่ายรับแรงเข้มกดที่กึ่งกลางคาน

รูปที่ 5ก และ 5ข แสดงแผนภาพตัวแปรไอโซ-คลินิกเต็มรูปที่ได้จากกระบวนการคืนรูปไอโซคลินิกแบบเดิมและแบบปรับปรุง ตามลำดับ สำหรับภาพริ้วสนามความเค้นที่ใช้ในการคำนวณหาย่านพื้นฐานจะไม่แสดงในที่นี้ ผู้สนใจสามารถสืบค้นเพิ่มเติมได้ในเอกสารอ้างอิงหมายเลข [5]

จากการพิจารณาแผนภาพไอโซคลินิกทั้งสอง พบว่า แผนภาพมีระดับความคล้ายคลึงกันสูงมาก โดยที่ความแตกต่างระหว่างแผนภาพทั้งสองจะเกิดขึ้นที่ขอบด้านบนของตัวแบบ ความแตกต่างนี้อาจเป็นผลมาจากการแปลงค่าตัวแปรไอโซคลินิกโดยสมการ (5) และการแปลงค่าจำนวนจริงเป็นจำนวนเต็ม

ในส่วนของเวลาที่ใช้ในการคำนวณนั้นจะแตกต่างกันน้อยมาก กล่าวคือ กระบวนการเดิมใช้เวลา 1.224 วินาที ในขณะที่กระบวนการปรับปรุงใช้เวลา 1.201 วินาที สาเหตุของความแตกต่างของเวลานี้ได้อธิบายแล้วในหัวข้อ 3.1



รูปที่ 5 แผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปขนาด 600 จุดภาพ × 170 จุดภาพ ของคานสี่เหลี่ยมมีจุดรองรับอย่างง่ายรับแรงเข้มกดที่กึ่งกลางคาน ซึ่งได้มาจาก (ก) กระบวนการเดิม [3] และ (ข) กระบวนการปรับปรุง

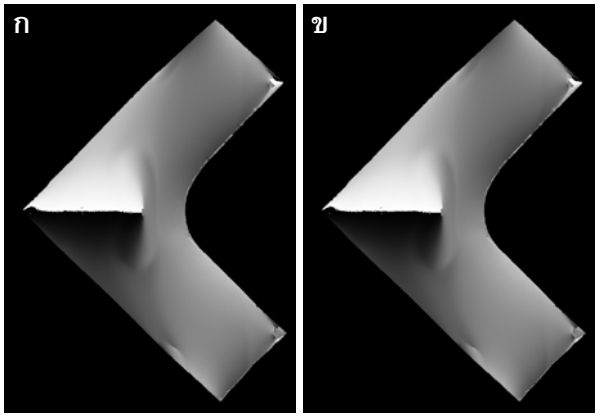
3.3 โครงงอหักมุมรับแรงเข้มกดผ่านจุดศูนย์ถ่วง

รูปที่ 6 แสดงแผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปที่ได้จากกระบวนการคืนรูปไอโซคลินิกแบบเดิมและแบบปรับปรุง สำหรับภาพริ้วสนามความเค้นที่ได้จากการทดลองของตัวแบบโครงหักมุมนี้สามารถสืบค้นเพิ่มเติมได้ในเอกสารอ้างอิงหมายเลข [3]

จากการพิจารณาแผนภาพไอโซคลินิกทั้งสอง พบว่า ไม่มีความแตกต่างกัน ในส่วนของเวลาที่ใช้ในการคำนวณนั้นมีความแตกต่างกัน โดยที่ขั้นตอนปรับปรุงจะให้ผลลัพธ์ที่รวดเร็วกว่าขั้นตอนเดิม กล่าวคือ แผนภาพไอโซคลินิกที่ได้จากกระบวนการเดิม (รูปที่ 6ก) ใช้เวลา 5.400 วินาที ในขณะที่แผนภาพที่ได้จากกระบวนการปรับปรุงนั้น (รูปที่ 6ข) ใช้เวลา 5.162 วินาที

4. สรุปผล

แผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างมากต่อการหาแนววิถีความเค้น (stress trajectories หรือ isostatics) การคืนรูปตัวแปรไอโซโครมาติก (isochromatic unwrapping) และการแยกความเค้นหลัก σ_1 และ σ_2 หรือ องค์ประกอบ



รูปที่ 6 แผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปขนาด 600 จุดภาพ × 840 จุดภาพ ของตัวแบบโครงงอหักมุมรับแรงเข้มกดผ่านจุดศูนย์ถ่วง ซึ่งได้มาจาก (ก) กระบวนการเดิม [3] และ (ข) กระบวนการปรับปรุง

ความเค้น σ_{xx} σ_{yy} และ τ_{xy} ในปัญหาระนาบด้วยวิธีผลต่างความเค้นเฉือน (shear difference technique) ดังนั้น กระบวนการคืนรูปไอโซคลินิกที่มีประสิทธิภาพก็จะส่งผลให้การหาสิ่งต่างๆ ดังที่ได้กล่าวแล้วข้างต้นมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นตามไปด้วยโดยเฉพาะการหาค่าตัวแปรไอโซโครมาติก [6]

แผนภาพไอโซคลินิกเต็มรูปที่ได้จากกระบวนการปรับปรุงมีความสอดคล้องกับแผนภาพที่ได้จากกระบวนการเดิมอยู่ในระดับที่สูงมาก เวลาที่ใช้ในการคำนวณจะแปรผันตรงกับขนาดของภาพริ้วสนามความเค้น (จำนวนจุดภาพที่จะต้องทำการคืนรูป) กล่าวคือหากจำนวนจุดภาพที่ต้องทำการคืนรูปมีมากขึ้น (ภาพขนาดใหญ่ขึ้น) เวลาที่ใช้ในการคืนรูปของทั้งสองกระบวนการจะเพิ่มขึ้นและแตกต่างกันมากขึ้น โดยที่กระบวนการคืนรูปปรับปรุงจะใช้เวลาน้อยกว่า นอกจากนี้ กระบวนการคืนรูปปรับปรุงยังใช้หน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์น้อยกว่าอีกด้วย

โดยทั่วไปแล้ว การวิเคราะห์หาค่าตัวแปรไอโซ-คลินิกและไอโซโครมาติก ณ บริเวณจุดที่แรงกระทำและจุดรองรับจะกระทำได้ยาก ทั้งนี้เนื่องจากว่า ณ บริเวณดังกล่าว ค่าของตัวแปรจะแปรเปลี่ยนในอัตราที่สูงมาก ซึ่งเป็นผลให้ไม่สามารถแสดงภาพเชิงเลขได้อย่างชัดเจน ดังนั้น การวิเคราะห์หาค่าตัวแปรจึงต้องใช้ภาพส่วนขยายที่มีขนาดใหญ่ขึ้นเฉพาะส่วน โดยอาศัยหลักการขยายแผ่นภาพเชิงแสง (Optically Enhanced Tiling, OET) [1] ซึ่งผลของการปรับปรุงกระบวนการคืนรูปที่ได้นำเสนอนี้ก็จะเป็นประโยชน์ต่อการวิเคราะห์หาค่าตัวแปรด้วยหลักการ OET

5. เอกสารอ้างอิง

[1] Ramesh, K. (2000). *Digital Photoelasticity*: *Advanced Techniques and Applications*, Springer, Germany.

[2] ณัฐวัฒน์ พลอยทับทิม และ พิเชษฐ์ พินิจ (2551). การพัฒนาวิธีการคืนรูปไอโซคลินิกบนพื้นฐานการใช้ฟังก์ชั่นแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จตุภาค: การทดสอบกับริ้วจำลอง, *การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 22*, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต, กรุงเทพ ฯ

[3] Pinit, P. and Umezaki, E. (2007). Digitally whole-field analysis of isoclinic parameter in photoelasticity by four-step color phase-shifting technique, *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 45(7), July 2007, pp. 795 - 807.

[4] Ghiglia, D.C. and Pritt, M.D. (1998). *Two-dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software*, John Wiley and Sons, New York.

[5] พิเชษฐ์ พินิจ, ณัฐวัฒน์ พลอยทับทิม และ ศรัญยู มั่นพิศุทธิ์ (2551). การจำลองแบบริ้วสนามความเค้นเพื่อวิธีวิเคราะห์ความเค้นในช่วงยืดหยุ่นด้วยแสง, *การสัมมนาวิชาการทางวิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ครั้งที่ 6*, มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ จังหวัดสงขลา

[6] พิเชษฐ์ พินิจ (2552). อิทธิพลของสนามทิศทางต่อการหาสนามความเค้นในวิธีโฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลขแบบใช้แสงโพลาไรซ์วงกลม, *การสัมมนาวิชาการทางวิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ครั้งที่ 7*, มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ จังหวัดสงขลา