

อิทธิพลของสนามทิศทางการหาสนามความเค้นในวิธีโพโตอัสติกซิตีเชิงเลข แบบใช้แสงโพลาไรซ์วงกลม

Influence of directional field on determination of stress field in circularly polarized light-based digital photoelasticity

พิเชษฐ์ พินิจ

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี บางมด กรุงเทพฯ 10140
E-mail: pichet.pin@kmutt.ac.th

Pichet Pinit

Department of Mechanical Technology Education, Faculty of Industrial Education and Technology,
King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangmod, Thungkru, Bangkok 10140
E-mail: pichet.pin@kmutt.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้กล่าวถึงการศึกษาอิทธิพลของตัวแปรไอโซคลินิกต่อการหาตัวแปรไอโซโครมาติก ซึ่งมีความสำคัญอย่างมากในการศึกษาทางด้านการวิเคราะห์ความเค้น การศึกษาครั้งนี้ใช้วิธีสนามความเค้นที่ได้จากการจำลองของตัวแบบแผ่นจานกลมรับแรงเข้มนกกดในแนวเส้นผ่านศูนย์กลาง ผลการประยุกต์ใช้แผนภาพไอโซคลินิกในย่านต่างกันกล่าวคือย่านซ้อนรูปและย่านเต็มรูปพบว่า การใช้แผนภาพไอโซคลินิกในย่านซ้อนรูปทำให้แผนภาพไอโซโครมาติกเกิดการพลิกกลับของเครื่องหมายในขณะที่การใช้แผนภาพไอโซคลินิกเต็มรูปไม่เกิดการพลิกกลับของเครื่องหมาย

คำหลัก โพโตอัสติกซิตีเชิงเลข, สนามทิศทาง, สนามความเค้น, แสงโพลาไรซ์วงกลม

1. บทนำ

การวิเคราะห์ความเค้น (Stress Analysis) สามารถกระทำได้โดยอาศัยวิธีเชิงวิเคราะห์, วิธีเชิงทดลอง และ วิธีเชิงตัวเลข สำหรับวิธีการเชิงทดลองนั้นโพโตอัสติกซิตีเชิงเลขเป็นวิธีที่นิยมใช้กันมาก [1] ในการศึกษาทางด้านโพโตอัสติกซิตีเชิงเลขจะมีตัวแปรสนาม (Field Parameter) ที่ใช้อธิบายลักษณะของความเค้นอยู่สองตัวแปร กล่าวคือ ตัวแปรไอโซคลินิก (Isoclinic Parameter, ϕ) และ ตัวแปรไอโซโครมาติก (Isochromatic Parameter, ϕ) ตัวแปรไอโซคลินิกมีความสัมพันธ์ทิศทางการความเค้นหลักในขณะที่ตัวแปรไอโซโครมาติกมีความสัมพันธ์โดยตรงกับค่าความแตกต่างของความเค้นหลัก ($\sigma_1 - \sigma_2$)

ตัวแปรไอโซคลินิกสามารถคำนวณหาได้โดยอาศัยสมการทิศทางการความเค้นหลัก

$$\tan 2\phi_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} \quad (1)$$

โดยที่ ϕ_p คือตัวแปรไอโซคลินิกซึ่งแสดงค่าทิศทางการความเค้นหลัก, σ_{xx} , σ_{yy} และ τ_{xy} คือองค์ประกอบความเค้นในระบบพิกัดฉากตัวอักษรห้อย p มีความหมายว่าหากใช้ฟังก์ชันแทนแทนจุดผกผันในการหาค่าทิศทาง ϕ_p แล้วจะพิจารณาเฉพาะค่าหลัก (Principal values) ของฟังก์ชันซึ่งอยู่ในช่วง $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$ เท่านั้น

ตัวแปรไอโซโครมาติกคลินิก ϕ ซึ่งสัมพันธ์กับอันดับรั้ว N สามารถคำนวณหาได้โดยอาศัยกฎแห่งแสงและความเค้น ดังนี้ [1]

Abstract

This paper describes the study of the influence of the isoclinic parameter on the determination of isochromatic parameter which is very important in the stress analysis. In this study, simulated stress fringes of a circular disk under diametral compression are used. The application of the different maps of isoclinics, i.e., wrapped and unwrapped maps reveal that use of wrapped map of isoclinics causes the sign reversal of isochromatic parameter whereas use of unwrapped map of isoclinics shows no such reversal of sign.

Keywords: Digital photoelasticity, Directional field, Stress field, Circularly polarized light

$$N = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{Ct}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (2)$$

หรือ

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf_\sigma}{t} \quad (3)$$

โดยที่ $f_\sigma = \lambda/C$, λ คือความยาวคลื่นแสงของแหล่งกำเนิดแสง และ C คือค่าสัมประสิทธิ์สัมพัทธ์เชิงแสงและความเค้นซึ่งหาค่าได้จากการปรับเทียบ (Calibration) และ t คือความหนา

ความสัมพัทธ์ระหว่างผลต่างของค่าความเค้นหลัก ($\sigma_1 - \sigma_2$) กับองค์ประกอบความเค้นในระบบพิกัดฉาก สามารถแสดงได้ดังนี้คือ

$$N = \frac{t}{f_\sigma} \left\{ (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2 \right\}^{1/2} \quad (4)$$

การหาตัวแปรทั้งสองโดยวิธีโพโตลาสติกซีตีเชิงเลขนั้นจะอาศัยข้อมูลในรูปของภาพเชิงเลขโดยที่ค่าของจุดภาพหนึ่งๆจะแปรเปลี่ยนไปตามภาวะความเค้นที่เกิดขึ้นในตัวแบบ (Model) ที่กำลังศึกษา ด้วยเหตุนี้สมการต่างๆที่ใช้คำนวณหาตัวแปรทั้งสองจึงอยู่ในรูปของความเข้มแสง

การบันทึกภาพเชิงเลขจำเป็นต้องบันทึกภาพผ่านอุปกรณ์เชิงแสงที่เรียกว่า โพลาริสโคป (Polariscope) ซึ่งโดยทั่วไปแล้วแบ่งออกได้ 3 ชนิดคือ

- โพลาริสโคปแบบแสงโพลาไรซ์ระนาบ
- โพลาริสโคปแบบแสงโพลาไรซ์วงกลม และ
- โพลาริสโคปผสมแบบแสงโพลาไรซ์วงกลม

สำหรับแบบแรกนั้นสมการที่ใช้ในการหาตัวแปรไอโซคลินิกและตัวแปรไอโซโครมาติกจะอยู่ในรูปของฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันและฟังก์ชันโคไซน์ผกผัน ตามลำดับ ซึ่งกรณีหลังจะกระทำการคืนรูป (Phase unwrapping) ตัวแปรได้ยากมากทั้งนี้เนื่องจากว่าฟังก์ชันโคไซน์ผกผันเป็นฟังก์ชันคู่

สำหรับแบบที่สองสมการที่ใช้ในการหาตัวแปรทั้งสองจะอยู่ในรูปของฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผัน ส่วนแบบที่สามสมการก็จะอยู่ในรูปของฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันเช่นเดียวกันแต่จำนวนภาพเชิงเลขที่ใช้อาจมีจำนวนมากกว่าแบบที่สอง

แม้ว่าการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันจะมีความสะดวกมากกว่าการใช้ฟังก์ชันโคไซน์ผกผัน แต่โพลาริสโคปแบบที่สองและสามต้องใช้อุปกรณ์ทางแสงมากกว่าแบบแรกซึ่งลักษณะเช่นนี้จะทำให้เกิดความผิดพลาดได้มากกว่า

อย่างไรก็ตาม หากพิจารณาในเรื่องของการคืนรูปตัวแปรทั้งสองแล้ว จะเห็นได้ว่าการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันนั้นจะมีความเหมาะสมมากกว่า ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะทำการหาตัวแปรทั้งสองโดยวิธีการที่มีรากฐานอยู่บนการใช้โพลาริสโคปแบบแสงโพลาไรซ์วงกลม อย่างไรก็ตามบทความฉบับนี้มีขอบเขตเพียง

ศึกษาถึงอิทธิพลระหว่างตัวแปรทั้งสองและทำการศึกษากับรื้อสนามความเค้นที่ได้จากการจำลองของตัวแบบแผ่นจานกลมรับแรงเข้มนกดในแนวเส้นผ่านศูนย์กลาง (A Circular disk under diametral compression) เท่านั้น และนอกจากนี้เพื่อเป็นการแสดงให้เห็นถึงการมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างตัวแปรทั้งสอง จึงได้มีการผสมผสานผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้โพลาริสโคปแบบแรกเข้ากับแบบที่สองด้วย

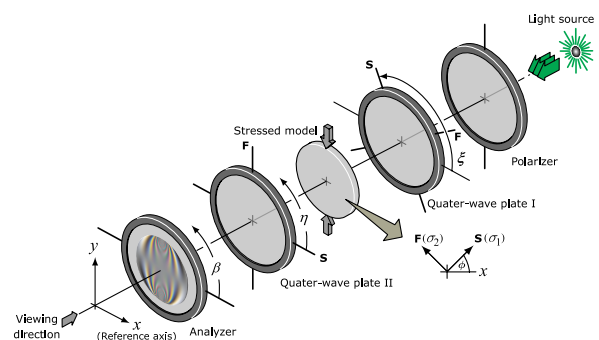
2. การหาตัวแปรโพโตลาสติก

2.1 สมการความเข้มแสงจากอุปกรณ์เบี่ยงเบนแสงเชิงวงกลม
ความเข้มแสง I ที่ออกมาจากโพลาริสโคปแบบแสงโพลาไรซ์วงกลม (รูปที่ 1) สามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ [1]

$$I = I_b + \frac{I_p}{2} \left\{ \begin{aligned} &1 + \sin 2(\beta - \eta) \cos 2\pi N \\ &-\sin 2(\phi - \eta) \cos 2(\beta - \eta) \sin 2\pi N \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

โดยที่ I_b คือความเข้มแสงฉากหลัง, I_p คือความเข้มแสงที่ออกมาจากแผ่นโพลาไรซ์, มุม β , η และ ϕ คือมุมแกนแสงของแผ่นวิเคราะห์, มุมแกนแสงของแผ่นเลี้ยวคลื่นลำดับที่สอง (Quarter-wave Plate II) และมุมแสดงทิศทางของความเค้นหลัก σ_1 ที่ตัวแบบตามลำดับเทียบกับแกนอ้างอิงและ N คือค่าอันดับรื้อที่สัมพันธ์กับตัวแปรไอโซโครมาติก

สำหรับการจำลองแบบรื้อสนามความเค้นจะใช้หลักการเดียวกันกับงานที่ผู้วิจัยได้นำเสนอไปแล้ว [2] อย่างไรก็ตามสมการองค์ประกอบความเค้นระนาบในระบบพิกัดฉากนั้นสามารถสืบค้นได้จากหนังสือของ Frocht [3]



รูปที่ 1 โพลาริสโคปแบบแสงโพลาไรซ์วงกลมซึ่งประกอบไปด้วยแผ่นโพลาไรซ์, แผ่นเลี้ยวคลื่นลำดับที่หนึ่ง, ตัวแบบ, แผ่นเลี้ยวคลื่นลำดับที่สองและแผ่นวิเคราะห์ มุม β , η และ ϕ คือมุมแกนแสงของแผ่นวิเคราะห์, มุมแกนแสงของแผ่นเลี้ยวคลื่นลำดับที่สอง (Quarter-wave Plate II) และมุมแสดงทิศทางของความเค้นหลัก σ_1 ที่ตัวแบบแผ่นวงกลมตามลำดับเทียบกับแกนอ้างอิง สัญลักษณ์ S และ F คือแกนแสงทวนซ้ำและเร็วของแผ่นเลี้ยวคลื่นตามลำดับ โดยที่ $\xi = 135^\circ$

2.2 สมการสำหรับตัวแปรไอโซคลินิก

เมื่อทำการประยุกต์ใช้หลักการเลื่อนเฟสกับสมการที่ (5) โดยทำการเปลี่ยนค่ามุม β และ η ไปหลายๆค่าโดยให้ทั้งสองค่ามีความสัมพันธ์กันก็จะได้สมการความเข้มแสงหลายๆสมการ ตารางที่ 1 แสดงสมการความเข้มแสงที่ได้มาจากการเปลี่ยนค่าเชิงมุมของแผ่นวิเคราะห์และแผ่นสียวลีนลำดับที่สอง

จากสมการความเข้มแสงทั้ง 6 สมการ (ตารางที่ 1) สามารถคำนวณหาตัวแปรไอโซคลินิกได้ดังนี้ [2]

$$\phi_p = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{I_5 - I_3}{I_4 - I_6} \right) \quad \text{โดยที่ } \sin 2\pi N \neq 0 \quad (6)$$

จากการใช้หลักการเลื่อนเฟสก็จะได้ภาพจำลองริ้วสนามความเค้น รูปที่ 2 แสดงภาพริ้วสนามความเค้นที่ได้ตามสมการความเข้มแสง I_1 ถึง I_6 (รูปที่ 2ก ถึง 2ง) โดยใช้แหล่งกำเนิดแสงที่มีความยาวคลื่นเดียว (แสงสีเขียว) สำหรับการคำนวณโดยใช้สมการที่ (6) จะใช้เพียงสี่ภาพเท่านั้น ส่วนภาพริ้วสนามความเค้นที่เหลือ (I_1 และ I_2) จะถูกใช้ในการหาตัวแปรไอโซโครมาติกหรือค่าอันดับรีว N

2.3 สมการสำหรับตัวแปรไอโซโครมาติก

โดยอาศัยความสัมพันธ์ของสมการความเข้มแสงดังแสดงในตารางที่ 1 ตัวแปรไอโซโครมาติกสามารถถูกคำนวณหาได้จากสมการ [5]

$$\delta_p = \arctan \left\{ \frac{(I_5 - I_3) \sin 2\phi_p + (I_4 - I_6) \cos 2\phi_p}{I_1 - I_2} \right\} \quad (7)$$

การคำนวณด้วยสมการที่ (7) นั้นฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันที่ใช้จะเป็นแบบสี่จุดภาค (ATAN2) ซึ่งจะให้ค่า δ_p ในย่าน $-\pi$ ถึง $+\pi$

อย่างไรก็ตาม ในการแสดงค่าของตัวแปรไอโซโครมาติกออกมาเป็นภาพจะใช้การแปลงค่าดังนี้

$$g(x, y) = \frac{255}{2\pi} \delta_f \quad (8)$$

โดยที่ $g(x, y)$ คือค่าจุดภาพที่ตำแหน่ง (x, y) ใดๆ และ

$$\delta_f = \begin{cases} \delta_p & \text{เมื่อ } \delta_p > 0 \\ 2\pi - \text{abs}(\delta_p) & \text{เมื่อ } \delta_p \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

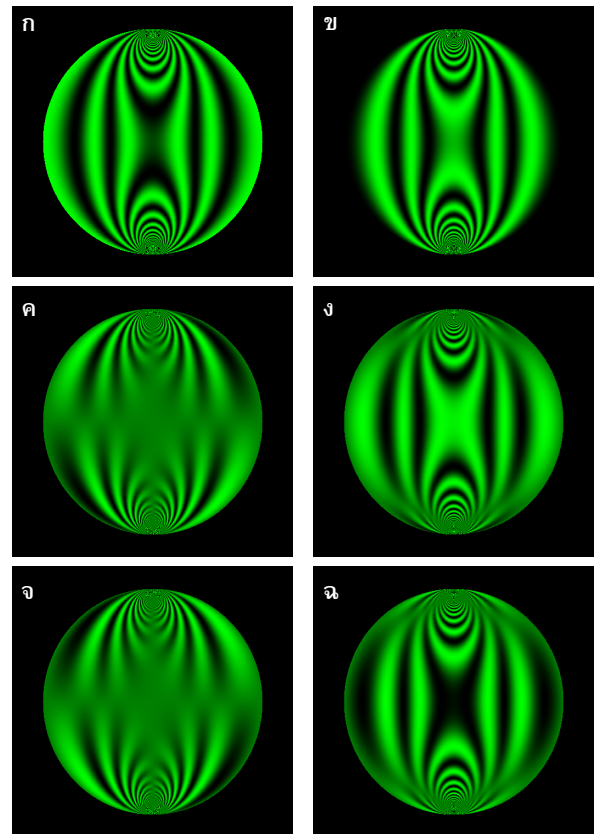
เนื่องจากว่าค่าทิศทางความเค้นหลัก ϕ_p ที่ได้จากสมการที่ (6) อาจเป็นของความเค้นหลัก σ_1 หรือ σ_2 ก็ได้ซึ่งขึ้นอยู่กับจุดภาพเริ่มต้นของกระบวนการคินรูป ดังนั้นหากใช้แผนภาพไอโซคลินิกต่างกันก็จะทำให้ได้แผนภาพไอโซโครมาติกที่ต่างกันด้วย ด้วยเหตุนี้สมการที่ (7) จึงสามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$\delta_p = \arctan \left\{ \frac{(I_5 - I_3) \sin 2\phi_p + m(I_4 - I_6) \cos 2\phi_p}{I_1 - I_2} \right\} \quad (10)$$

โดยที่

ตารางที่ 1 สมการความเข้มแสงที่ได้จากการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมของแผ่นวิเคราะห์และแผ่นสียวลีนลำดับที่สอง [4]

η	β	สมการความเข้มแสง
0	$\pi/4$	$I_1 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 + \cos 2\pi N)$
0	$3\pi/4$	$I_2 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 - \cos 2\pi N)$
0	0	$I_3 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 - \sin 2\phi \sin 2\pi N)$
$\pi/4$	$\pi/4$	$I_4 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 + \cos 2\phi \sin 2\pi N)$
$\pi/2$	$\pi/2$	$I_5 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 + \sin 2\phi \sin 2\pi N)$
$3\pi/4$	$3\pi/4$	$I_6 = I_b + \frac{I_p}{2} (1 - \cos 2\phi \sin 2\pi N)$



รูปที่ 2 ภาพริ้วสนามความเค้นของตัวแบบแผ่นจานกลมรับแรงข้มกดในแนวเส้นผ่านศูนย์กลางซึ่งสอดคล้องกับสมการความเข้มแสงในตารางที่ 1 ตามลำดับ (จาก ก ถึง ฉ) โดยที่ภาพเหล่านี้มีขนาด 512×480 จุดภาพ

$$m = \begin{cases} +1 & \text{เมื่อ } \phi_p \text{ แสดงถึง } \sigma_1 \\ -1 & \text{เมื่อ } \phi_p \text{ แสดงถึง } \sigma_2 \end{cases} \quad (11)$$

ถ้าแผนภาพไอโซคลินิกที่ได้จากสมการที่ (6) แสดงถึงทิศทางความเค้นหลัก σ_1 แล้ว ทิศทางความเค้นหลัก σ_2 ก็สามารถหาได้โดยการกลับเครื่องหมายของทิศทางความเค้นหลัก σ_1

3. ผลลัพธ์และการวิจารณ์

3.1 แผนภาพไอโซโครมาติกที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ ϕ_p ในย่าน $-\pi/4$ ถึง $+\pi/4$

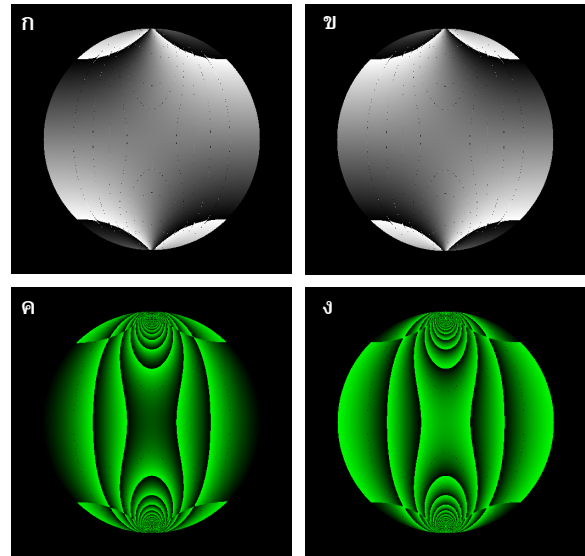
การประยุกต์ใช้สมการที่ (6) จะทำให้ได้แผนภาพไอโซคลินิก ในย่าน $-\pi/4$ ถึง $+\pi/4$ รูปที่ 3ก และ 3ข แสดงแผนภาพไอโซคลินิกของ σ_1 และ σ_2 ตามลำดับ โดยที่แผนภาพของ σ_2 นั้นได้จากการกลับเครื่องหมายของแผนภาพของ σ_1

พิจารณารูปทั้งสองจะเห็นได้ว่า จะเกิดความไม่ต่อเนื่องในแผนภาพเมื่อค่าของ ϕ_p มีค่าเท่ากับ $\pm\pi/4$ ซึ่งบริเวณดังกล่าวจะเกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใดจากสีขาวไปเป็นสีดำหรือในทางตรงกันข้าม นอกจากนี้ยังพบว่ามีจุดภาพหลายจุดภาพที่มีค่าไม่ต่อเนื่องกับจุดภาพข้างๆ โดยที่จุดภาพเหล่านี้เกิดจากอิทธิพลของตัวแปรไอโซคลินิกนั่นเอง (ดูเงื่อนไขในสมการที่ (6)) จุดภาพผิดพลาดเหล่านี้จะเกิดขึ้นเมื่อค่าของตัวแปรไอโซโครมาติก ϕ_p มีค่าเท่ากับหรือเข้าใกล้จำนวนเต็มบวก $0, \pi, 2\pi, \dots$ และสามารถแก้ไขได้โดยวิธีการทางการประมวลผลภาพ (Image processing) เช่น วิธีการลดสิ่งรบกวน (Noise removal) อย่างไรก็ดีตามในทางปฏิบัติแล้วการใช้งานจะมีข้อจำกัดค่อนข้างมากเนื่องมาจากว่าจุดภาพผิดพลาดเหล่านี้จะมีจำนวนมากในแผนภาพที่ได้จากการทดลองซึ่งการประยุกต์วิธีการเหล่านี้อาจส่งผลให้ค่าของจุดภาพอื่นๆที่มีความถูกต้องอยู่แล้วผิดเพี้ยนไป นอกจากนี้วิธีการดังกล่าวแล้วยังมีการใช้วิธีการประมาณค่านอกช่วง (Extrapolation) ซึ่งจะประมาณให้ครอบคลุมแถบกว้างของจุดผิดพลาดเหล่านี้อีกด้วย [4] แม้ว่าวิธีการนี้จะใช้ได้แต่ก็ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับแผนภาพที่มีความไม่ต่อเนื่อง (Discontinuity) ได้ สำหรับวิธีการต่างๆที่ได้กล่าวข้างต้นอยู่นอกเหนือขอบเขตของบทความนี้

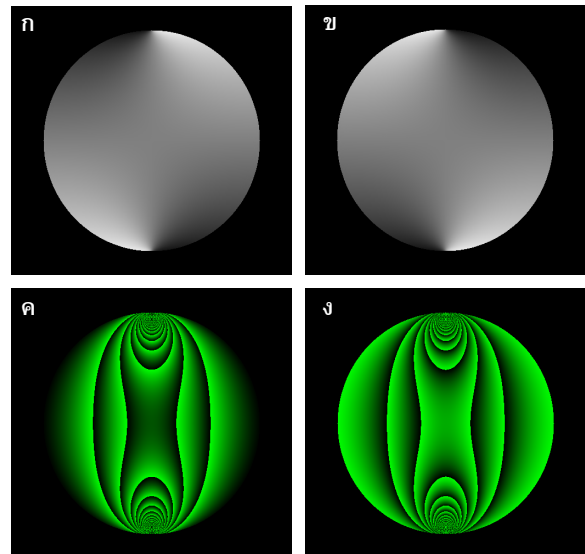
รูปที่ 3ค และ 3ง แสดงแผนภาพไอโซโครมาติกในย่าน 0 ถึง $+2\pi$ หรือในย่าน 0 ถึง 1 หากพิจารณาค่าอันดับรีว N (สมการที่ (2)) โดยคำนวณหาได้จากการใช้สมการที่ (6) กับรูปที่ 3ก และ 3ข ตามลำดับ จากรูปจะเห็นได้ว่า ตรงบริเวณที่เกิดความไม่ต่อเนื่องของค่าทิศทางความเค้นหลัก ϕ_p จะเกิดการพลิกกลับของเครื่องหมายของตัวแปรไอโซโครมาติก ϕ_p ทันที ซึ่งผลอันนี้จะเป็นปัญหาอย่างมากต่อการคืนรูปตัวแปรไอโซโครมาติก นอกจากนี้ บริเวณที่จุดภาพมีค่าน้อยที่สุดในรูป 3ค ก็จะไปเปลี่ยนไปเป็นมีค่ามากที่สุดในรูปที่ 3ข สำหรับปัญหาการพลิกกลับของเครื่องหมายในแผนภาพไอโซโครมาติกนั้นนักวิจัยหลายท่านได้พยายามแก้ปัญหาเหล่านี้ด้วยวิธีการแก้ไขค่าจุดเฟสพลิกกลับเหล่านี้โดยตรง [6] แต่วิธีการดังกล่าวไม่เป็นที่ยอมรับทั้งนี้เนื่องจากว่าไม่ใช่เป็นวิธีการอิสระที่สามารถทำงานได้ด้วยตนเอง แต่ผู้ใช้งานจะต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแผนภาพไอโซโครมาติกและการกำหนดเลขอันดับรีว N เป็นอย่างดี

3.2 แผนภาพไอโซโครมาติกที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ ϕ_p ในย่าน $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$

รูปที่ 4ก และ 4ข แสดงแผนภาพไอโซคลินิก ϕ ในย่าน $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$ ของความเค้นหลัก σ_1 และ σ_2 ตามลำดับ โดยที่



รูปที่ 3 แผนภาพเฟสซ้อนรูปไอโซคลินิกและไอโซโครมาติก (ก) ไอโซคลินิก σ_1 ในย่าน $-\pi/4$ ถึง $+\pi/4$ (ข) ไอโซคลินิก σ_2 ในย่าน $-\pi/4$ ถึง $+\pi/4$ (ค) ไอโซโครมาติกในย่าน 0 ถึง $+2\pi$ ซึ่งหาโดยใช้รูป (ก) และ (ง) ไอโซโครมาติกในย่าน 0 ถึง $+2\pi$ ซึ่งหาโดยใช้รูป (ข)



รูปที่ 4 แผนภาพเฟสเต็มรูปของไอโซคลินิกและไอโซโครมาติก (ก) ไอโซคลินิก σ_1 ในย่าน $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$ (ข) ไอโซคลินิก σ_2 ในย่าน $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$ (ค) ไอโซโครมาติกในย่าน 0 ถึง $+2\pi$ ซึ่งหาโดยใช้รูป (ก) และ (ง) ไอโซโครมาติกในย่าน 0 ถึง $+2\pi$ ซึ่งหาโดยใช้รูป (ข)

รูปทั้งสองนี้หามาจากวิธีการเลื่อนเฟสสี่ขั้นและวิธีการคืนรูปที่ได้มีการนำเสนอไปแล้ว [7] ซึ่งหากเปรียบเทียบกับรูปที่ 3ก และ 3ข แล้วก็จะเห็นได้ว่าบริเวณที่มีความไม่ต่อเนื่องได้หายไป พึงสังเกตว่าสัญลักษณ์ ϕ ที่แสดงถึงค่าทิศทางความเค้นหลักนั้นจะไม่มีตัวห้อย p ทั้งนี้เนื่องจากว่าแผนภาพไอโซคลินิกในรูปที่ 4ก และ 4ข

เป็นค่าในย่านจริงที่ได้จากการคืนรูปแล้ว

จากการประยุกต์ใช้สมการที่ (6) พร้อมด้วยรูปที่ 4ก และ 4ข ก็จะได้แผนภาพไอโซโครมาติกในย่าน 0 ถึง $+2\pi$ โดยที่รูปที่ 4ก จะได้จากรูปที่ 4ก และรูปที่ 4ข จะได้จากรูปที่ 4ข หากพิจารณารูปที่ 4ค และ 4ง เปรียบเทียบกับรูปที่ 3ค และ 3ง แล้วจะพบว่า บริเวณที่เกิดการพลิกกลับของเครื่องหมายของ ϕ_p นั้นได้หายไป ทั้งนี้ก็เนื่องมาจากค่าของตัวแปรไอโซคลินิกที่ใช้อยู่ในย่านจริงนั่นเอง ซึ่งการได้มาของรูปที่ 4ค และ/หรือ 4ง จะทำให้การคืนรูปตัวแปรไอโซโครมาติกมีความสะดวกและง่ายยิ่งขึ้น

4. สรุปผล

บทความนี้ได้แสดงให้เห็นถึงอิทธิพลของสนามทิศทางการเค้นหลักที่มีต่อสนามความเค้น จากผลลัพธ์ที่ได้ชี้ให้เห็นว่าการพลิกกลับของเครื่องหมายของตัวแปรไอโซโครมาติกจะเกิดขึ้นเมื่อใช้ค่าตัวแปรไอโซคลินิกในย่านค่าซ้อนรูป (ย่านที่เล็กกว่า $-\pi/2$ ถึง $+\pi/2$) อย่างไรก็ตามหากใช้ไอโซคลินิกในย่านเต็มรูปแล้วก็จะได้แผนภาพไอโซโครมาติกที่มีความต่อเนื่องตลอดทั่วทั้งสนามซึ่งจะง่ายและสะดวกมากกว่าการใช้วิธีการในเอกสารอ้างอิงหมายเลข [6] นอกจากนี้ผลการใช้แผนภาพในย่านเต็มรูปจากวิธีการที่ได้เสนอไปแล้วนั้น [7] เป็นตัวชี้ให้เห็นว่าวิธีการดังกล่าวสามารถนำมาผสมผสานกับวิธีการอื่นๆ ได้อย่างลงตัว

สำหรับงานในอนาคตนั้นจะเป็นการปรับปรุงวิธีการที่ได้กล่าวในบทความนี้ให้ครอบคลุมกับปัญหาที่มีความไม่ต่อเนื่องในแผนภาพไอโซคลินิกซึ่งปัญหานี้พบได้ทั่วไปในทางปฏิบัติ ทั้งนี้วิธีการซึ่งให้ได้มาของแผนภาพทิศทางการเค้นหลัก σ_2 นั้นจะได้มาจากการกลับเครื่องหมายของทิศทางการเค้นหลัก σ_1 อย่างไรก็ตามหากแผนภาพไอโซคลินิกมีความไม่ต่อเนื่องด้วยแล้ววิธีการดังกล่าวจะไม่สามารถใช้ได้ ซึ่งรายละเอียดจะได้นำเสนอให้ทราบต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- [1] Ramesh, K., 2000. Digital Photoelasticity: Advanced Technique and Applications. Springer, Berlin Germany.
- [2] พิเชษฐ์ พินิจ, ณัฐวัฒน์ พลอยทับทิม และ ศรัณยู มั่นพิศุทธิ์, 2551. การจำลองแบบริ้วสนามความเค้นเพื่อวิเคราะห์ความเค้นในช่วงยึดหยุนด้วยแสง, ในการสัมมนาวิชาการทางวิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ครั้งที่ 6, หาดใหญ่, สงขลา, 8-9 พฤษภาคม 2551, บณชีดรรคมบทความเลขที่ PEC6OR110, หน้า 659-664
- [3] Frocht, M.M., 1948. Photoelasticity, Vol. II, John Wiley & Sons, New York, U.S.A.
- [4] Patterson, E.A., and Wang, Z.F., 1991. Towards Full-field Automated Photoelastic Analysis of Complex Components. Strain, Vol. 27, No. 2, pp. 49-56.
- [5] Quiroga, J.A., and Gonzalez-Cano, A., 1997. Phase Measuring Algorithm for Extraction of Isochromatics of Photoelastic Fringe Pattern. Applied Optics, Vol. 36, No. 32, pp. 8397-8402.
- [6] Sai Prasad, V., Madhu, K.R., and Ramesh, K., 2004. Towards effective phase unwrapping in digital photoelasticity. Optics and Lasers in Engineering, Vol. 42, No. 4, pp. 421-436.
- [7] Pinit, P. and Umezaki, E. 2007. Digitally Whole-field Analysis of Isoclinic Parameter in Photoelasticity by Four-step Color Phase-shifting Technique. Optics and Laser in Engineering, 45: 795-807.