



## Shape and Section Properties of Materials

# 4

# รูปร่างหน้าตัด และสมบัติสำคัญ

พีเชษฐ์ พินิจ

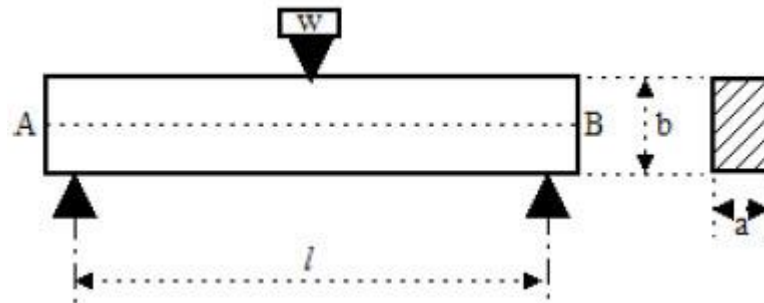
ทบทวนความเข้าใจจาก 1 + 2

Reviewing for understanding

# “การออกแบบชิ้นส่วนทางกล”

การออกแบบเพื่อต้านแรงเพื่อป้องกันความเสียหายแบบครากและแตกหัก

ความต้านแรงคราก / สูงสุด



อาศัยฟังก์ชันความเสียหายเพื่อเปรียบเทียบขนาดของ  
ความเค้นประสิทธิผล  $\sigma_{eff}$  ที่ได้จากการคำนวณกับ  
ความต้านแรง *Strength* ที่ได้จากการทดสอบ

$$f(\sigma_{eff}, \text{Strength})$$

ความเค้นพื้นฐาน  $\rightarrow$  ทฤษฎีความเสียหาย

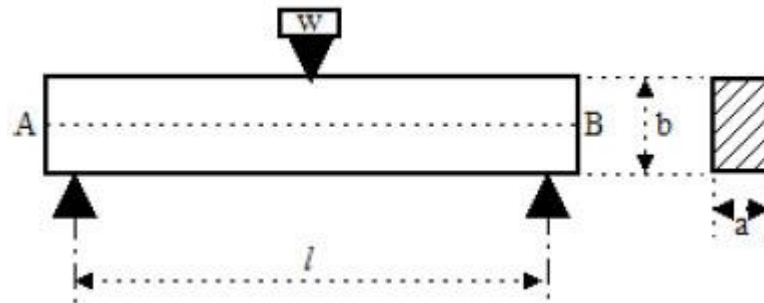
$S_y$  เสียหายแบบคราก (yielding failure)  
 สำหรับวัสดุเหนียว (ductile materials)

$S_u$  เสียหายแบบแตกร้าว (fracture failure)  
 สำหรับวัสดุเปราะ (brittle materials)

# “การออกแบบชิ้นส่วนทางกล”

การออกแบบเพื่อต้านแรงเพื่อป้องกันความเสียหายแบบครากและแตกหัก

ความต้านแรงคราก / สูงสุด



อาศัยฟังก์ชันความเสียหายเพื่อเปรียบเทียบขนาดของ  
ความเค้นประสิทธิผล  $\sigma_{eff}$  ที่ได้จากการคำนวณกับ  
ความต้านแรง  $Strength$  ที่ได้จากการทดสอบ

$f(\sigma_{eff}, Strength)$

ความเสียหายจะเกิดขึ้นเมื่อ  $\sigma_{eff} > Strength$

ความเค้นพื้นฐาน  $\rightarrow$  ทฤษฎีความเสียหาย

ความสัมพันธ์ระหว่าง

# “ความเค้นพื้นฐานกับสมบัติของหน้าตัด”

|               | แรงในแนวแกน<br>(ดึง/อัด)                                                     | แรงในแนวขวาง (เฉือน)                   |                                        | โมเมนต์                        |                                        |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|--------------------------------|----------------------------------------|
|               | แรงอัดบนพื้นที่<br>สัมผัส                                                    | ชิ้นส่วนทั่วไป<br>(ภายใต้แรงเฉือนตรง)  | คาน/แกน/เพลลา<br>(เนื่องจากโมเมนต์ดัด) | โมเมนต์ดัด<br>(bending moment) | โมเมนต์บิด/แรงบิด<br>(twisting moment) |
| ความเค้นฉาก   | $\sigma = \frac{P}{A_{\perp}}$ $\sigma = \frac{P}{A_{\perp}} = \frac{P}{td}$ |                                        |                                        | $\sigma = \frac{M_z c}{I}$     |                                        |
| ความเค้นเฉือน |                                                                              | $\tau_{ave} = \frac{V}{A_{\parallel}}$ | $\tau = \frac{V Q}{I b}$               |                                | $\tau = \frac{T r}{J}$                 |

สมบัติของหน้าตัด : พื้นที่ ความยาว และ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่

# พื้นที่และโมเมนต์ความเฉื่อยเชิงพื้นที่

Areas and Moment of Inertia of Areas

# “พื้นที่และโมเมนต์ความเฉื่อยเชิงพื้นที่”

APPENDIX C

## Tabulated Properties of Areas

Notation:  $A$  = area

$\bar{x}, \bar{y}$  = distances to centroid  $C$

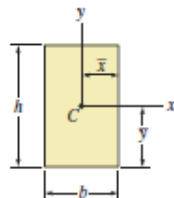
$I_x, I_y$  = moments of inertia with respect to the  $x$ - and  $y$ -axes, respectively

$I_{xy}$  = product of inertia with respect to the  $x$ - and  $y$ -axes

$I_p = I_x + I_y$  = polar moment of inertia with respect to the origin of the  $x$ - and  $y$ -axes

$I_{BB}$  = moment of inertia with respect to axis  $B-B$

1.

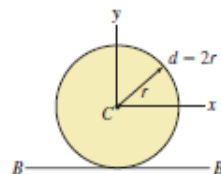


**Rectangle** (Origin of axes at centroid)

$$A = bh \quad \bar{x} = \frac{b}{2} \quad \bar{y} = \frac{h}{2}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_y = \frac{hb^3}{12} \quad I_{xy} = 0 \quad I_p = \frac{bh}{12}(h^2 + b^2)$$

2.

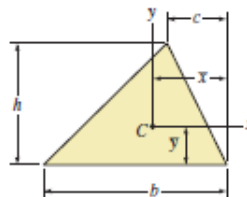


**Circle** (Origin of axes at center)

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} \quad I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$I_{xy} = 0 \quad I_p = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32} \quad I_{BB} = \frac{5\pi r^4}{4} = \frac{5\pi d^4}{64}$$

3.



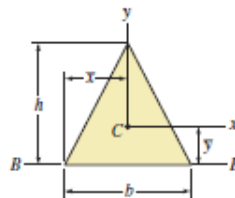
**Triangle** (Origin of axes at centroid)

$$A = \frac{bh}{2} \quad \bar{x} = \frac{b+c}{3} \quad \bar{y} = \frac{h}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36} \quad I_y = \frac{bh}{36}(b^2 - bc + c^2)$$

$$I_{xy} = \frac{bh^2}{72}(b - 2c) \quad I_p = \frac{bh}{36}(h^2 + b^2 - bc + c^2)$$

4.



**Isosceles triangle** (Origin of axes at centroid)

$$A = \frac{bh}{2} \quad \bar{x} = \frac{b}{2} \quad \bar{y} = \frac{h}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36} \quad I_y = \frac{hb^3}{48} \quad I_{xy} = 0$$

$$I_p = \frac{bh}{144}(4h^2 + 3b^2) \quad I_{BB} = \frac{bh^3}{12}$$

(Note: For an equilateral triangle,  $h = \sqrt{3}b/2$ .)

# “พื้นที่และโมเมนต์ความเฉื่อยเชิงพื้นที่”

APPENDIX C

## Tabulated Properties of Areas

Notation:  $A$  = area

$\bar{x}, \bar{y}$  = distances to centroid  $C$

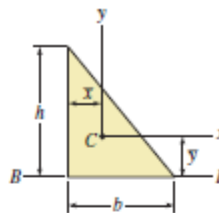
$I_x, I_y$  = moments of inertia with respect to the  $x$ - and  $y$ -axes, respectively

$I_{xy}$  = product of inertia with respect to the  $x$ - and  $y$ -axes

$I_p = I_x + I_y$  = polar moment of inertia with respect to the origin of the  $x$ - and  $y$ -axes

$I_{BB}$  = moment of inertia with respect to axis  $B-B$

5.



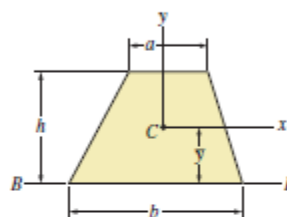
**Right triangle** (Origin of axes at centroid)

$$A = \frac{bh}{2} \quad \bar{x} = \frac{b}{3} \quad \bar{y} = \frac{h}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36} \quad I_y = \frac{hb^3}{36} \quad I_{xy} = -\frac{b^2h^2}{72}$$

$$I_p = \frac{bh}{36}(h^2 + b^2) \quad I_{BB} = \frac{bh^3}{12}$$

6.

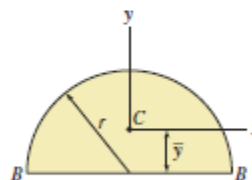


**Trapezoid** (Origin of axes at centroid)

$$A = \frac{h(a+b)}{2} \quad \bar{y} = \frac{h(2a+b)}{3(a+b)}$$

$$I_x = \frac{h^3(a^2 + 4ab + b^2)}{36(a+b)} \quad I_{BB} = \frac{h^3(3a+b)}{12}$$

7.

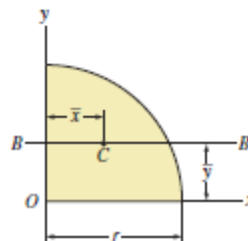


**Semicircle** (Origin of axes at centroid)

$$A = \frac{\pi r^2}{2} \quad \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$I_x = \frac{(9\pi^2 - 64)r^4}{72\pi} \approx 0.1098r^4 \quad I_y = \frac{\pi r^4}{8} \quad I_{xy} = 0 \quad I_{BB} = \frac{\pi r^4}{8}$$

8.



**Quarter circle** (Origin of axes at center of circle)

$$A = \frac{\pi r^2}{4} \quad \bar{x} = \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{16} \quad I_{xy} = \frac{r^4}{8} \quad I_{BB} = \frac{(9\pi^2 - 64)r^4}{144\pi} \approx 0.05488r^4$$



DU