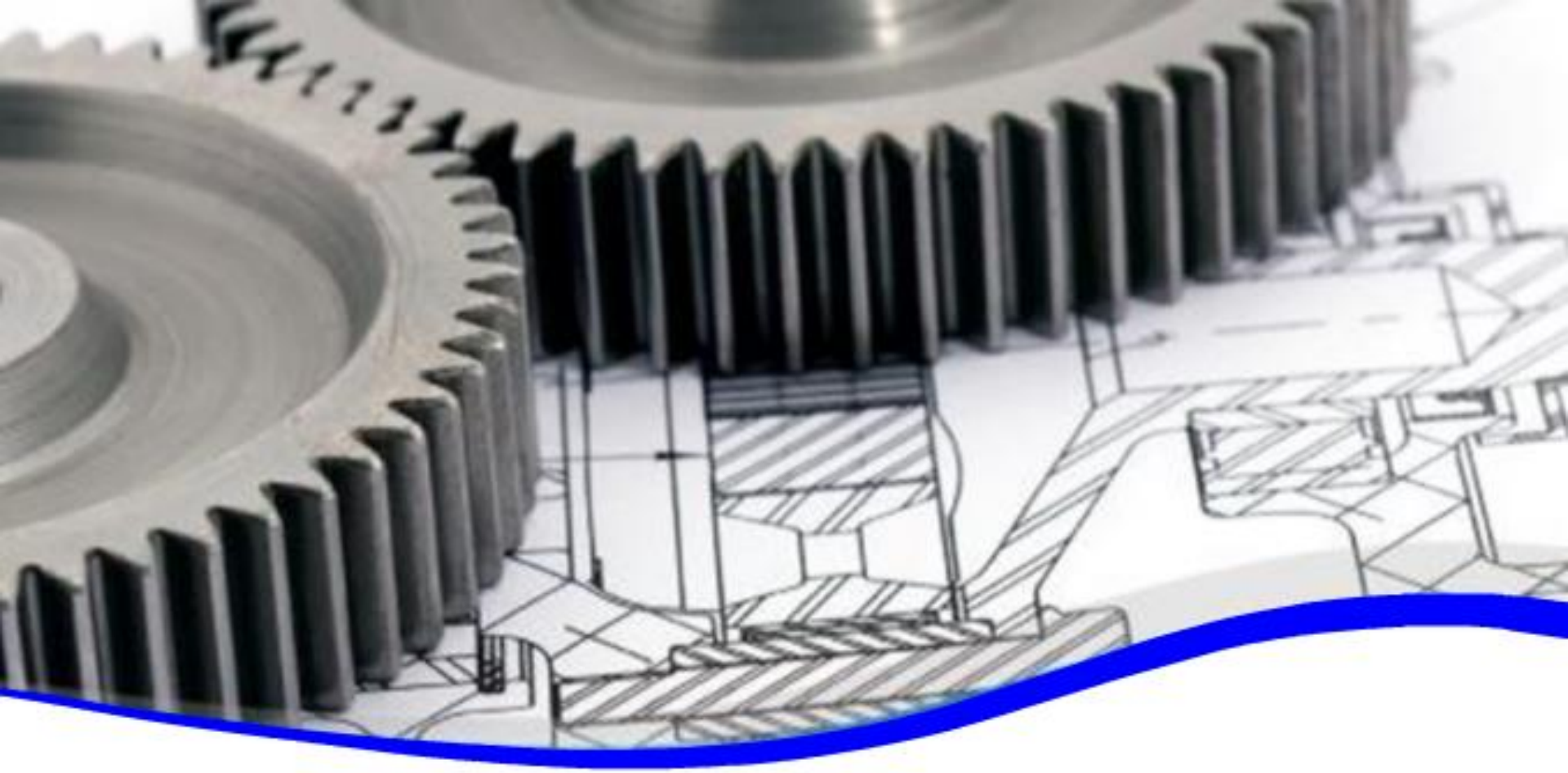


Velocity Analysis

พิเชษฐ์ พินิจ

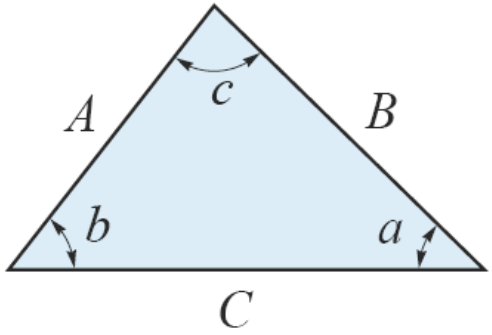
PRESENTATIONLOAD

เนื้อหาการเรียนการสอน

- กฎพื้นฐานทางตรีโกณมิติ
- ความเร็วเชิงเส้นและเชิงมุม
- ความเร็วสัมพัทธ์
- การวิเคราะห์หาความเร็ว
  - เวกเตอร์ (Vector)
  - ความเร็วสัมพัทธ์หรือรูปหลายเหลี่ยมความเร็ว (Relative velocity or velocity polygon)
  - จุดหมุนเฉพาะกาลหรือจุดหมุนชั่วขณะ (Instantaneous centers of velocity)
  - จุดเสริม (Auxiliary points)

กฎพื้นฐานทางตรีโกณมิติ

- กฎของไซน์และกฎของโคไซน์



Sine law:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

Cosine law:

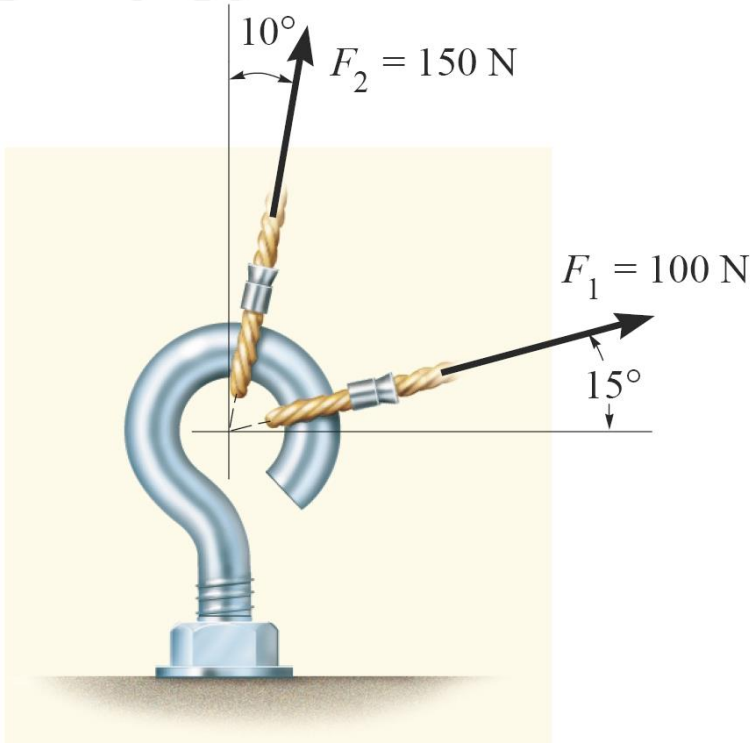
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$$

กฎพื้นฐานทางตรีโกณมิติ

- กฎของไซน์และกฎของโคไซน์

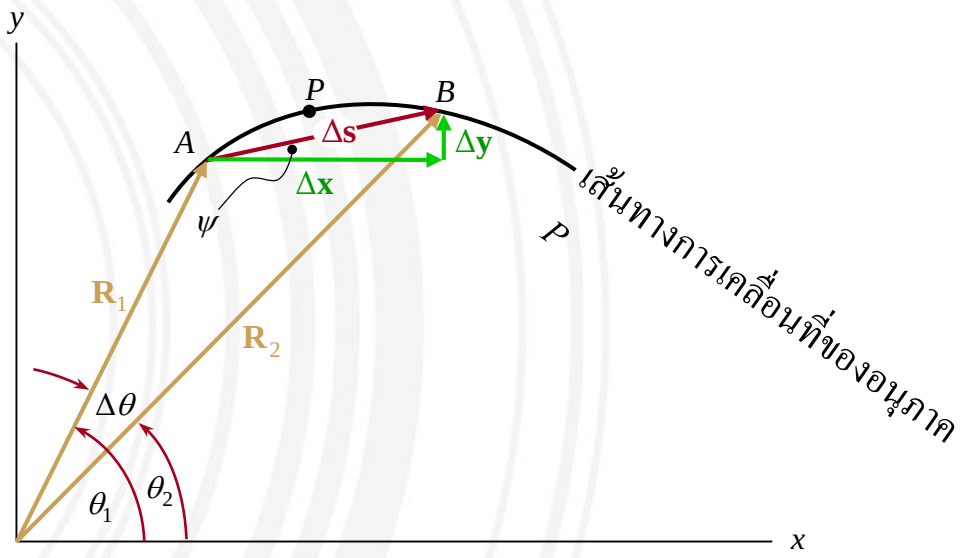
จากรูปจงคำนวณหาแรงลัพธ์ พร้อมทั้งหามุมของแรงลัพธ์นี้เทียบกับแกนในแนวนอนด้วยวิธีต่อไปนี้

1. กราฟิก
2. เวกเตอร์
3. กฎพื้นฐานทางตรีโกณมิติ



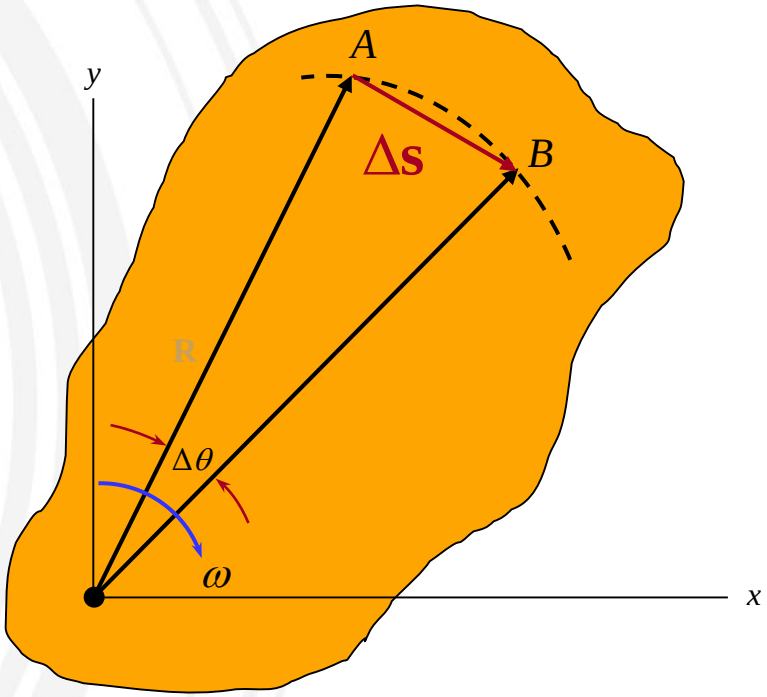
ความเร็ว: เชิงเส้น

- ความเร็วเชิงเส้น คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของการกระจัดเชิงเส้นต่อหนึ่งหน่วยเวลา
- จากรูปได้ความสัมพันธ์ดังนี้
  - $\Delta \mathbf{s} = \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{y}$
  - $\tan \psi = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$
  - $V_{avg} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$
  - $V = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{ds}{dt}$
  - $\mathbf{V} = \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_y$



ความเร็ว: เชิงมุม

- ความเร็วเชิงมุม คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของการกระจัดเชิงมุมต่อหนึ่งหน่วยเวลา
- จากรูปได้ความสัมพันธ์ดังนี้
  - $\omega_{avg} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$
  - $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{d\theta}{dt}$
  - $\Delta s = R\Delta\theta$
  - $V = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{R\Delta\theta}{\Delta t} = R\dfrac{d\theta}{dt} = R\omega$
- ความเร็วเชิงมุมของวัตถุที่หมุนรอบจุดๆ หนึ่งจะมีค่าเท่ากันทั่วทั้งวัตถุนั้น
- ความเร็วเชิงเส้นของจุดใดๆ บนวัตถุหนึ่งๆ ที่หมุนรอบจุดๆ หนึ่ง จะมีค่าขึ้นอยู่กับรัศมีของจุดๆ นั้นเทียบกับจุดหมุนดังกล่าว



ความเร็วสัมพัทธ์

- ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างจุดสองจุดที่อยู่บนชิ้นต่อโยงเดียวกันจะมีทิศทางตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากเชื่อมต่อระหว่างจุดสองจุดนั้น
  - แนวทางของความเร็ว $\mathbf{V}_{B/A}$ จะตั้งฉากกับระยะ AB
  - เวกเตอร์ตำแหน่งและเวกเตอร์ความเร็วคือ

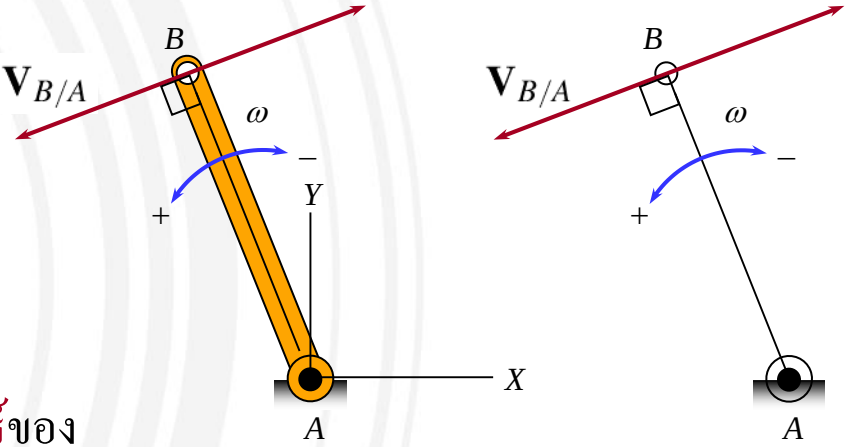
    $$\mathbf{R}_B = \mathbf{R}_A + \mathbf{R}_{B/A}$$

    $$\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{B/A}$$

    เนื่องจาก $\mathbf{V}_A = 0$ ดังนั้น

    $$\boxed{\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_{B/A}}$$

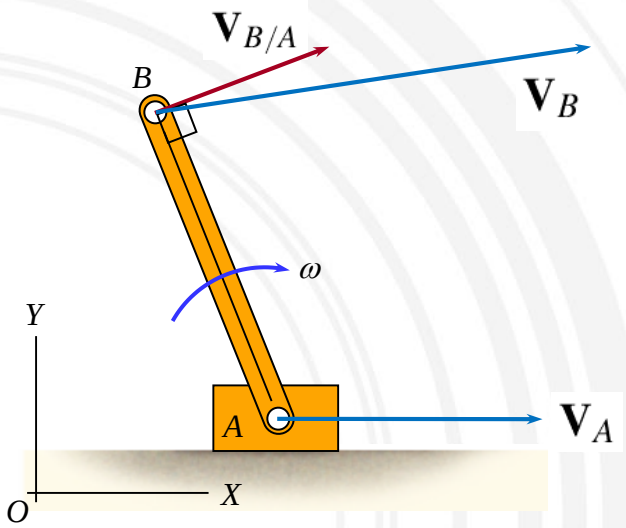
  - สำหรับการเคลื่อนที่ของชิ้นต่อโยงแบบหมุนรอบจุดคงที่จุดหนึ่ง ความเร็วสัมพัทธ์ของจุดใดๆ ที่อยู่บนชิ้นต่อโยงนั้นเทียบกับจุดคงที่ดังกล่าวก็คือความเร็วสัมบูรณ์นั่นเอง

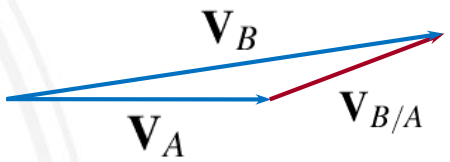


ความเร็วสัมพัทธ์

- ในกรณีที่ $\mathbf{V}_A \neq 0$

$$\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{B/A}$$





- สำหรับการเคลื่อนที่ของชิ้นต่อโยงที่อยู่บนชิ้นต่อโยงอีกอันหนึ่งที่เคลื่อนที่ ความเร็วสัมบูรณ์ของจุดใดๆ ที่อยู่บนชิ้นต่อโยงอันแรกเทียบกับจุดคงที่หนึ่งๆ จะเป็นผลรวมระหว่างความเร็วสัมบูรณ์ของชิ้นต่อโยงอันที่สองกับความเร็วสัมพัทธ์ของจุดใดๆ นั้นเทียบกับชิ้นต่อโยงอันที่สองนั่นเอง

การวิเคราะห์ความเร็ว: เวกเตอร์

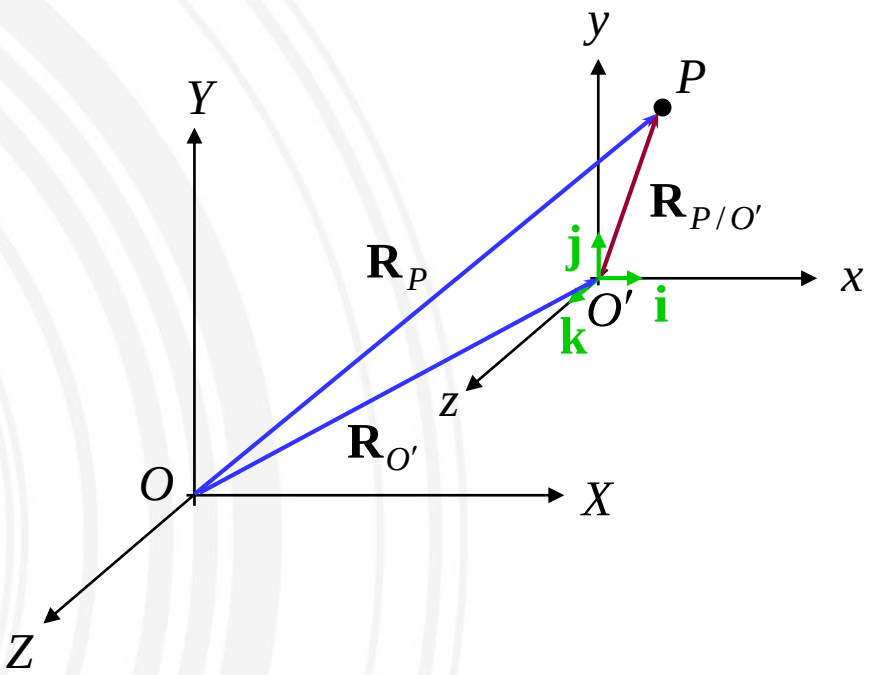
- จากระบบดังรูปได้ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ตำแหน่ง

$$\mathbf{R}_P = \mathbf{R}_{O'} + \mathbf{R}_{P/O'}$$

- ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ความเร็ว

$$\mathbf{V}_P = \mathbf{V}_{O'} + \mathbf{V}_{P/O'}$$

$$\mathbf{V}_P = \mathbf{V}_{O'} + \mathbf{V} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}$$



การวิเคราะห์ความเร็ว: ความเร็วสัมพัทธ์

- การวิเคราะห์ความเร็วของกลไกโดยวิธีความเร็วสัมพัทธ์จะอาศัยหลักการของความเร็วสัมพัทธ์ดังที่ได้กล่าวแล้ว

> ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างจุดสองจุดที่อยู่บนชิ้นต่อโยงเดียวกันจะมีทิศทางตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากเชื่อมต่อระหว่างจุดสองจุดนั้น

- หลักในการวาดแผนภาพความเร็ว
  - กำหนดจุดคงที่ O_v ในตำแหน่งที่เหมาะสม
  - เวกเตอร์ความเร็วสัมบูรณ์ต้องวาดหรือเริ่มต้นจากจุดคงที่ O_v เท่านั้น
  - เวกเตอร์ความเร็วสัมพัทธ์ต้องวาดเชื่อมต่อระหว่างปลายของเวกเตอร์ความเร็วสัมบูรณ์เท่านั้น