คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม
และเทคโนโลยี
Faculty of Industrial Education
and Technology

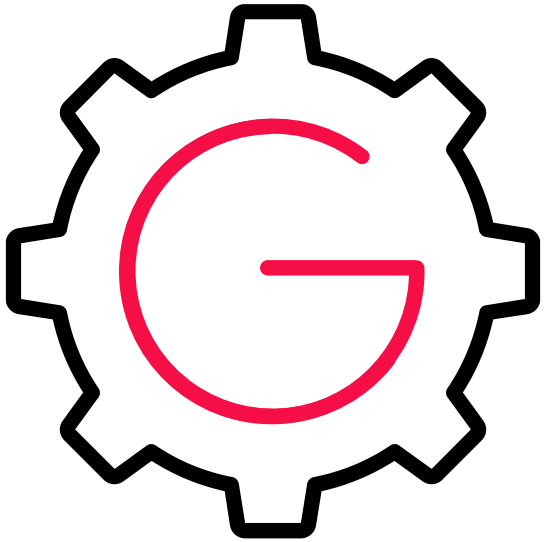
KMUTT
60 ปี
แห่งการสถาปนา

สังคมปริวรรต
พัฒน์อนาคต

กลศาสตร์ของเครื่องจักรกล

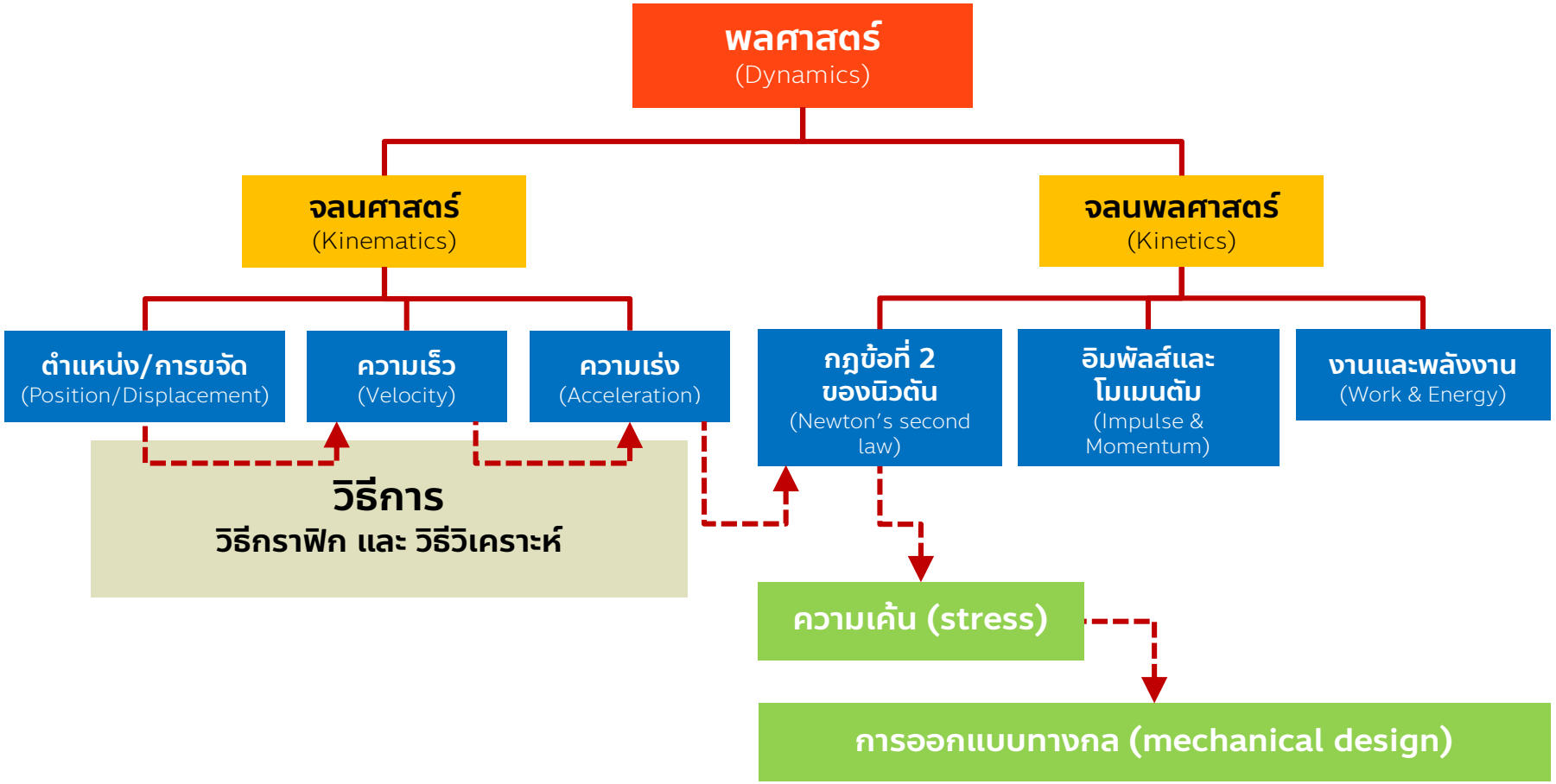
ผศ.ดร.พิเชษฐ์ พินิจ

24 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2564 **(W5)**



# การวิเคราะห์ความเร็วของกลไก

# การวิเคราะห์ตำแหน่ง (position analysis)



# เนื้อหาสาระ (content)

- ความเร็วเชิงเส้นและเชิงมุม
- ความเร็วสัมพัทธ์
- การวิเคราะห์หาความเร็ว
  - เวกเตอร์ (Vector)
  - ความเร็วสัมพัทธ์หรือรูปหลายเหลี่ยมความเร็ว (Relative velocity or velocity polygon)
  - จุดหมุนเฉพาะกาลหรือจุดหมุนชั่วขณะ (Instantaneous centers of velocity)
  - จุดเสริม (Auxiliary points)

# ความเร็วเชิงเส้น (linear velocity)

ความเร็วเชิงเส้น คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของการกระจัดเชิงเส้นต่อหนึ่งหน่วยเวลา จากรูปได้ความสัมพันธ์ดังนี้

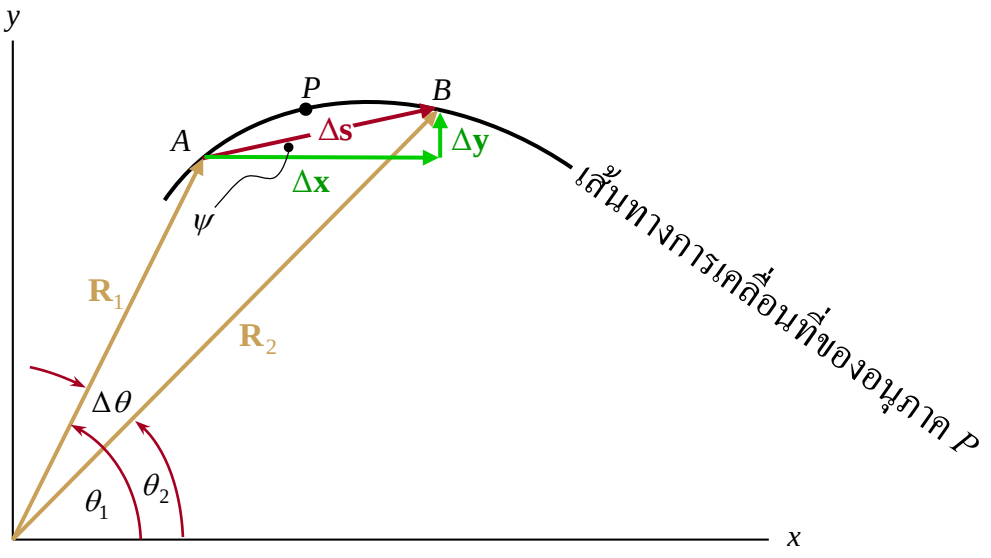
$$\Delta \mathbf{s} = \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{y}$$

$$\tan \psi = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$V_{avg} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_y$$



# ความเร็วเชิงมุม (angular velocity)

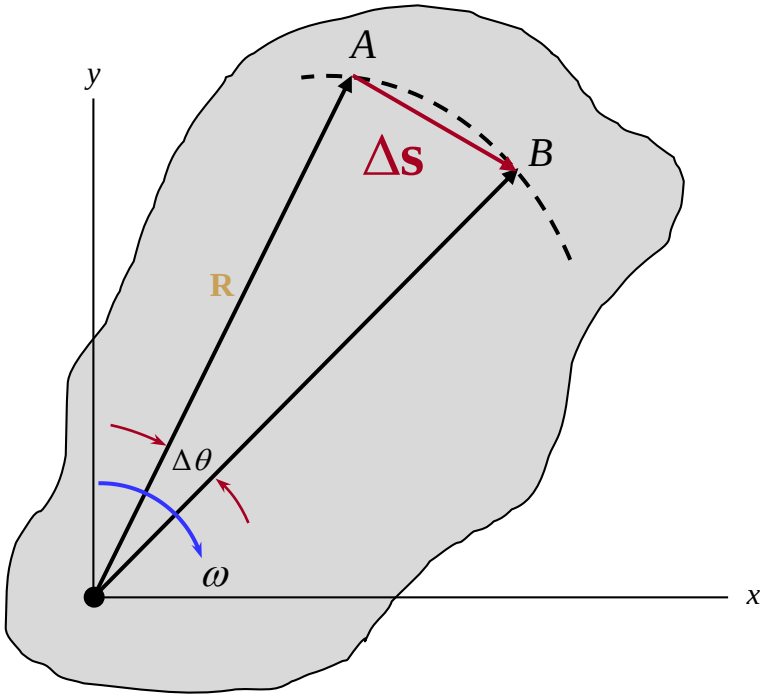
ความเร็วเชิงมุม คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของการกระจัดเชิงมุมต่อหนึ่งหน่วยเวลา จากรูปได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\omega_{avg} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Delta s = R\Delta\theta$$

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\Delta\theta}{\Delta t} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega$$




- ความเร็วเชิงมุมของวัตถุที่หมุนรอบจุดๆ หนึ่ง จะมีค่าเท่ากันทั่วทั้งวัตถุนั้น
- ความเร็วเชิงเส้นของจุดใดๆ บนวัตถุหนึ่งๆ ที่หมุนรอบจุดๆ หนึ่ง จะมีค่าขึ้นอยู่กับรัศมีของจุด ๆ นั้นเทียบกับจุดหมุนดังกล่าว

# เวกเตอร์สัมพัทธ์ (relative vectors)

- กรอบอ้างอิง
  $X - Y - Z$ อยู่กับที่
  $x - y - z$ เคลื่อนที่ได้
- ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ตำแหน่ง

$$\mathbf{R}_P = \mathbf{R}_{O'} + \mathbf{R}_{P/O'}$$

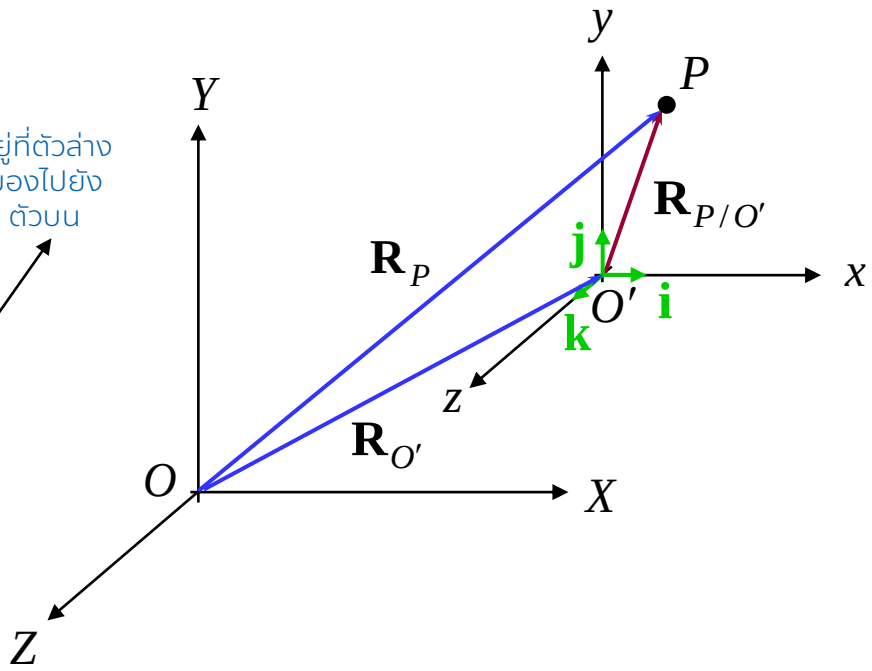
- ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ความเร็ว

$$\mathbf{V}_P = \mathbf{V}_{O'} + \mathbf{V}_{P/O'}$$

$$\mathbf{V}_P = \mathbf{V}'_O + \mathbf{V} + \omega \times \mathbf{R}_{P/O'}$$

เทียบกับ $X - Y - Z$ เทียบกับ $x - y - z$

อยู่ที่ตัวล่าง มองไปยังตัวบน



# ความเร็วเชิงเส้นของจุดที่หมุนรอบจุดคงที่

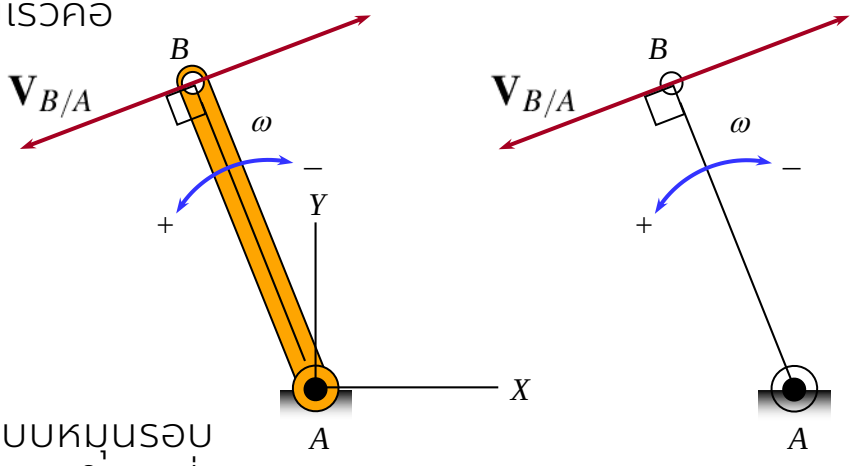
- ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างจุดสองจุดที่อยู่บนชิ้นต่อโยงเดียวกันจะมีทิศทางตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากเชื่อมต่อระหว่างจุดสองจุดนั้น

แนววิถีของความเร็ว $\mathbf{V}_{B/A}$ จะ**ตั้งฉาก**กับระยะ $AB$

เวกเตอร์ตำแหน่งและเวกเตอร์ความเร็วคือ

$$\mathbf{R}_B = \mathbf{R}_A + \mathbf{R}_{B/A}$$

$$\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{B/A}$$




- กรณี $\mathbf{V}_A = 0$

$$\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_{B/A}$$

สำหรับการเคลื่อนที่ของชิ้นต่อโยงแบบหมุนรอบจุดคงที่จุดหนึ่ง ความเร็วสัมพัทธ์ของจุดใด ๆ ที่อยู่บนชิ้นต่อโยงนั้นเทียบกับจุดคงที่ดังกล่าวก็คือ ความเร็วสัมบูรณ์ นั่นเอง

$$\mathbf{V}_{B/A} = \omega \times \mathbf{R}_{B/A}$$

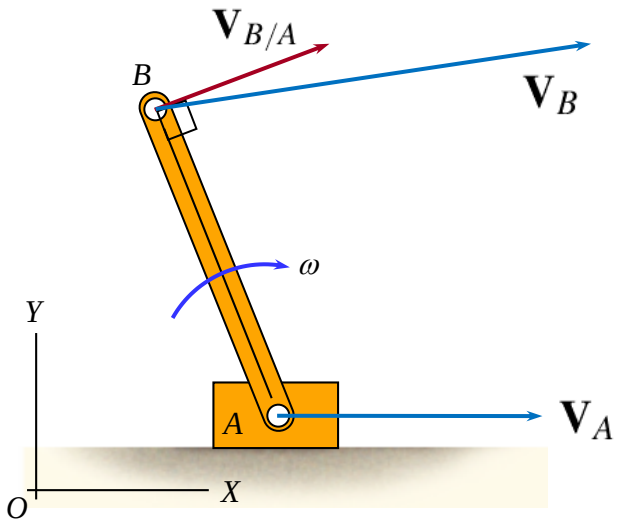
$$V = R\omega$$

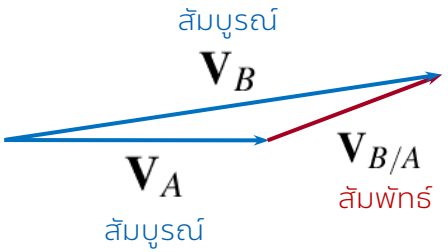
# ความเร็วสัมพัทธ์ (relative velocity)



- กรณีที่ $\mathbf{V}_A \neq 0$

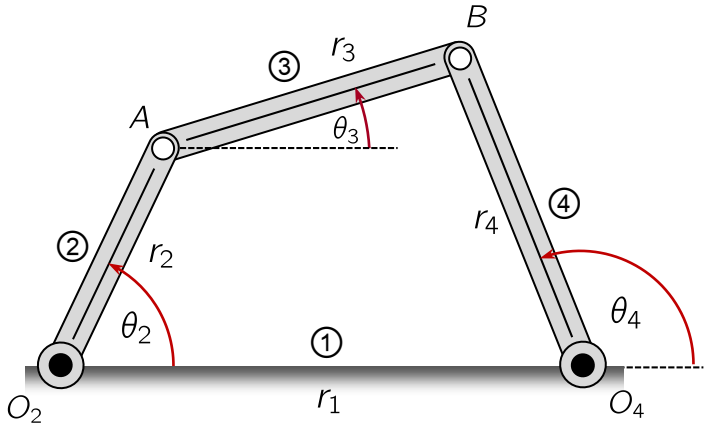
$$\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{B/A}$$




สำหรับการเคลื่อนที่ของชิ้นต่อโยงที่อยู่บนชิ้นต่อโยงอีกอันหนึ่งที่เคลื่อนที่ ความเร็วสัมบูรณ์ของจุดใดๆ ที่อยู่บนชิ้นต่อโยงอันแรกเทียบกับจุดคงที่หนึ่งๆ จะเป็นผลรวมระหว่างความเร็วสัมบูรณ์ของชิ้นต่อโยงอันที่สองกับความเร็วสัมพัทธ์ของจุดใดๆ นั้นเทียบกับชิ้นต่อโยงอันที่สองนั่นเอง

# การวิเคราะห์ความเร็ว




## เครื่องมือ/อุปกรณ์

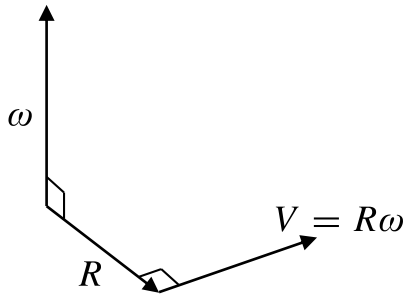
- ดินสอปลายแหลม
- กระดาษ a4 หรือขนาดอื่นที่ใหญ่พอประมาณ
- ไม้บรรทัดที่วัดมุมได้
- วงเวียน (ขนาดกางไปประมาณ 10 cm)

## ขั้นตอน

1. วาดโครงร่างกลไกตามขั้นตอนที่ได้เรียนมาแล้ว
2. คำนวณหาความเร็วเชิงเส้นของจุดที่อยู่บนชิ้นต่อโยง input ตามสูตร $V = R\omega$ พึงระลึกไว้เสมอว่า $V \perp R$ และ $V \perp \omega$
3. กำหนดมาตราส่วนความเร็วที่เหมาะสม
   เช่น 1 หน่วยความยาว : 10 หน่วยความเร็ว ตัวอย่าง วาดในกระดาษ 1 cm ต่อขนาดความเร็ว 30 cm/s...**ข้อควรระวัง ต้องไม่สับสนกับมาตราส่วนโครงร่างกลไก**
4. ตั้งสมการความเร็วสัมพัทธ์ $\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{B/A}$
   และกำหนดขนาดและทิศทางที่ทราบและไม่ทราบค่า

| | $\mathbf{V}_B$ | $\mathbf{V}_A$ | $\mathbf{V}_{B/A}$ |
|---|---|---|---|
| ขนาด (M) | ✗ | ✓ | ✗ |
| ทิศทาง (D) | ✓ | ✓ | ✓ |

เนื่องจากเป็นปริมาณเวกเตอร์
ถ้ามีกากบาทไม่เกิน 2 ที่ เราสามารถหาค่าได้




5. กำหนดจุดเริ่มต้นการวาดรูปเหลี่ยมความเร็ว (velocity polygon) คือ จุด $O_v$ ณ ที่ใดที่หนึ่งในกระดาษโดยควรให้อยู่กึ่งกลางกระดาษจะเหมาะสมสุด
6. วาดเวกเตอร์ความเร็วของชิ้นต่อโยง input ที่คำนวณได้ในข้อ 2. ตามทิศทางที่กำหนดและความยาวตามมาตราส่วนในข้อ 3. (เครื่องหมายถูกทั้งหมด) ออกจากจุด $O_v$ โดยพิจารณารายละเอียดในข้อ 4 ประกอบ สำหรับความเร็วอื่นที่ทราบทิศทางก็วาดแนวเส้นให้ตั้งฉากกับรัศมีของความเร็ว จุดตัดของแนวเส้นเหล่านี้จะเป็นรูปสามเหลี่ยมปิด (closed polygon)