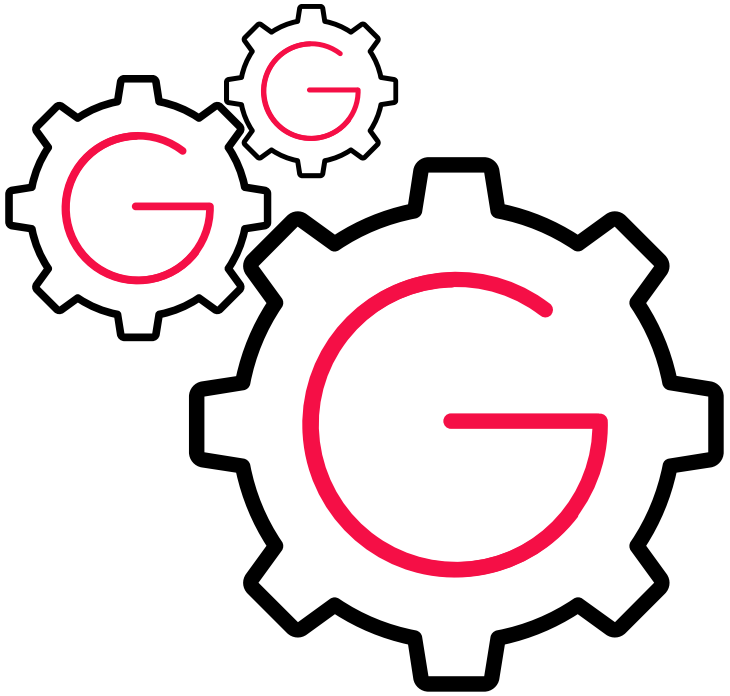
MTE
436



Gear Train

ชุดเฟือง

สไลด์นี้นำเสนอการวิเคราะห์อัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ

12 พฤษภาคม พ.ศ. 2564

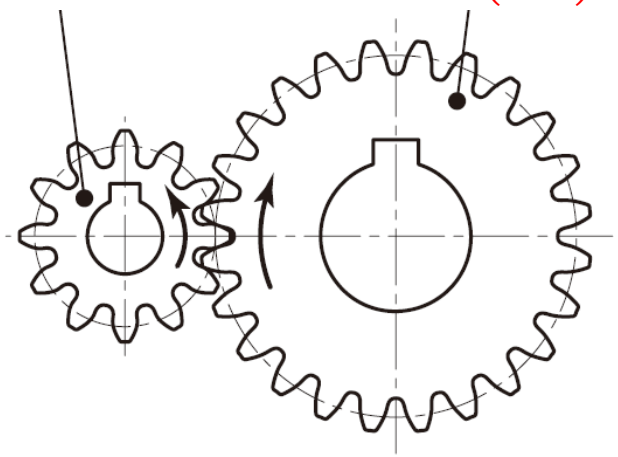
สรุปสาระสำคัญ

$$\text{gear ratio} = \frac{\omega_d}{\omega_f} = \frac{n_d}{n_f} = \frac{D_f}{D_d} = \frac{N_f}{N_d}$$

$$= \frac{\text{number of teeth of follower}}{\text{number of teeth of driver}}$$

เฟือง 1 (ขับ) - d

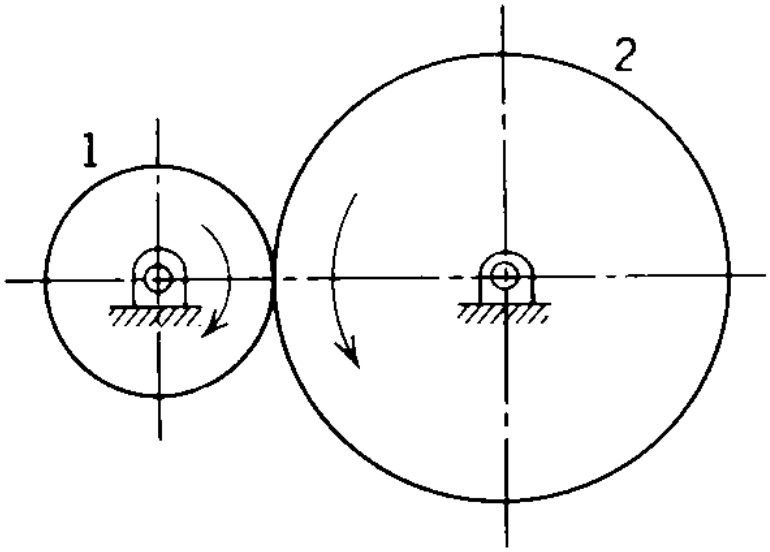
เฟือง 2 (ตาม) - f



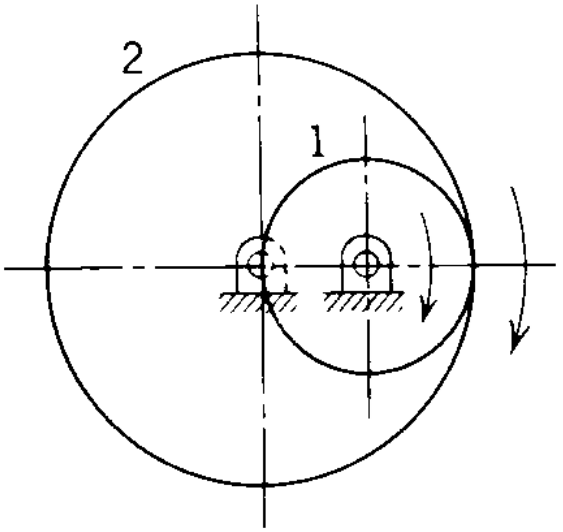
$$\text{train ratio} = \frac{1}{\text{gear ratio}} = \frac{\omega_f}{\omega_d} = \frac{n_f}{n_d} = \frac{D_d}{D_f} = \frac{N_d}{N_f}$$

$$= \frac{\text{number of teeth of driver}}{\text{number of teeth of follower}}$$

อัตราทดและทิศทาง



$$\frac{\omega_d}{\omega_f} = -\frac{N_2}{N_1}$$

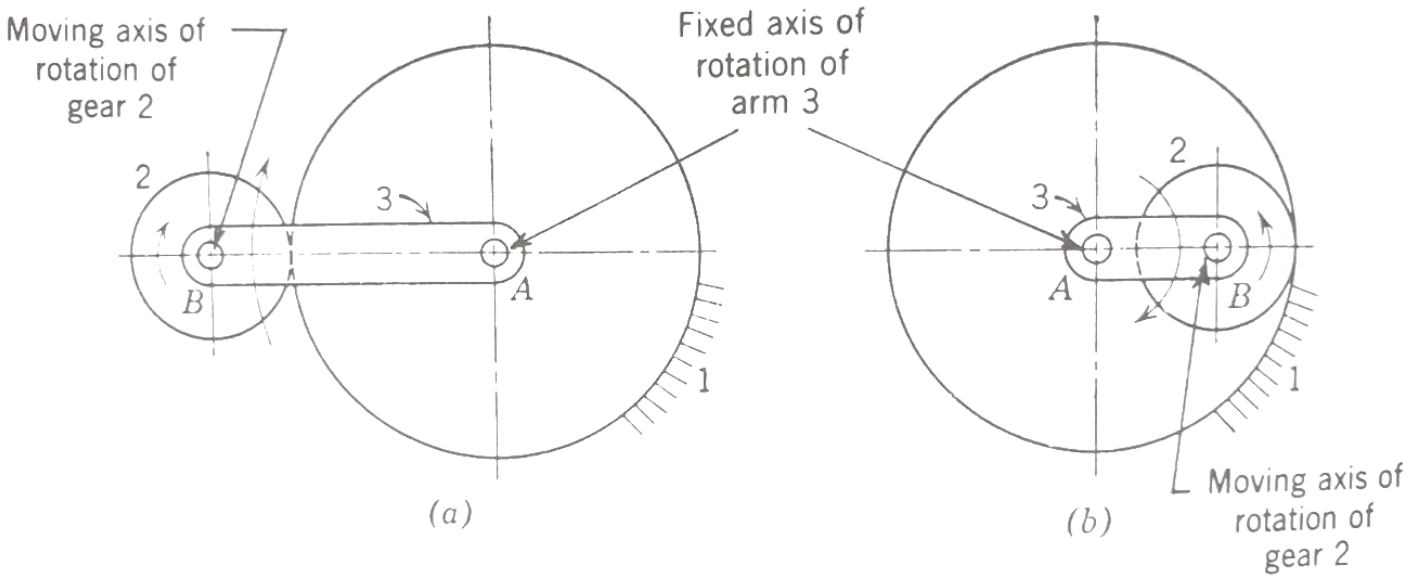


$$\frac{\omega_d}{\omega_f} = +\frac{N_2}{N_1}$$

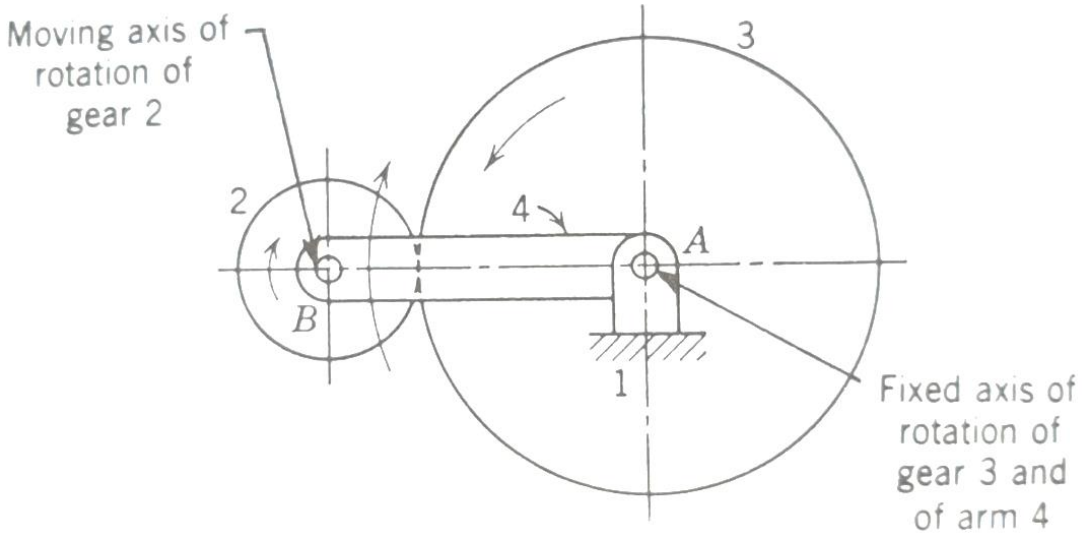
การหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ

การหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะสามารถทำได้ 2 แนวทาง

- หาโดยใช้สูตร $f(\omega)$
- **หาโดยใช้ตาราง**



สรุปการหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ



$$\frac{\omega_{LA}}{\omega_{FA}} = \frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A}$$

$\frac{\omega_{LA}}{\omega_{FA}}$ คือ อัตราส่วนความเร็วเชิงมุมของเฟืองสุดท้ายต่อเฟืองแรกซึ่งต่างก็สัมพัทธ์หรือเทียบกับแขนหรือ carrier 4

ω_L คือ ความเร็วเชิงมุมของเฟืองสุดท้ายที่สัมพัทธ์หรือเทียบกับชิ้นที่อยู่กับที่

ω_F คือ ความเร็วเชิงมุมของเฟืองแรกที่สัมพัทธ์หรือเทียบกับชิ้นที่อยู่กับที่

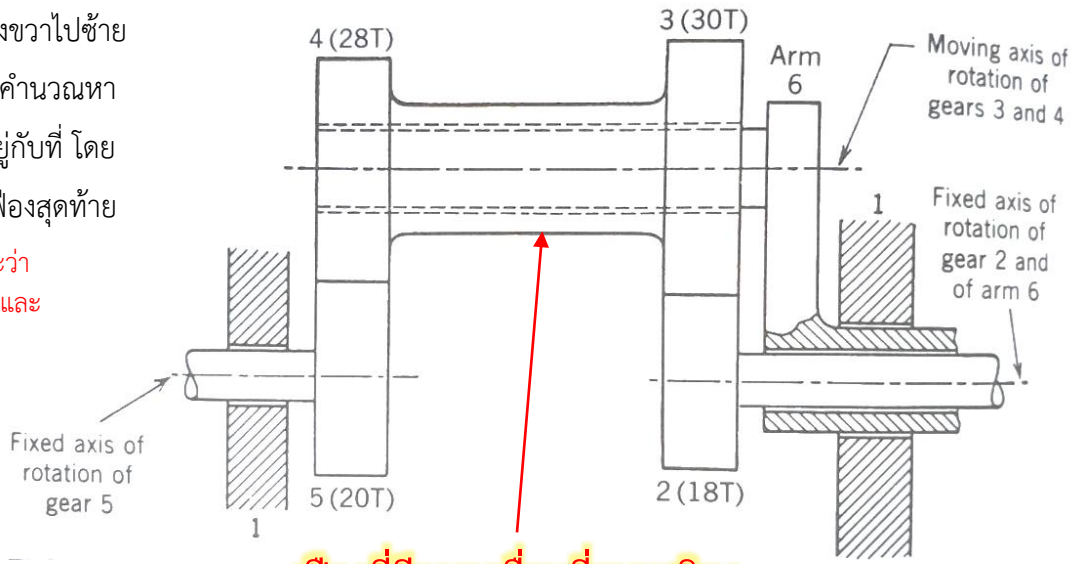
ω_A คือ ความเร็วเชิงมุมของแขนที่สัมพัทธ์หรือเทียบกับชิ้นที่อยู่กับที่

ต้องเป็นเฟืองที่ขบกับ ‘เฟืองที่มีการเคลื่อนที่แบบสุริยะ (planetary motion) และต้องอยู่บนเพลาที่ขนานกัน’

การหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ...ตัวอย่าง

ถ้าแขน 6 และเฟือง 5 หมุนตามเข็มนาฬิกาเมื่อมองขวาไปซ้าย ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม 150 rad/s และ 50 rad/s จงคำนวณหาอัตราเร็วของเฟือง 2 เทียบกับโครงหรือชิ้นส่วนที่อยู่กับที่ โดยกำหนดให้เฟือง 5 เป็นเฟืองแรกและเฟือง 2 เป็นเฟืองสุดท้าย

การที่เฟือง 5 และ 2 เป็นเฟืองแรกและเฟืองท้ายได้ เพราะว่า กำลังขบกับ ‘เฟืองที่มีการเคลื่อนที่แบบสุริยะ คือ เฟือง 3 และ 4 และอยู่บนเพลาที่ขนานกัน’



เฟืองที่มีการเคลื่อนที่แบบสุริยะ

$$\frac{\omega_{LA}}{\omega_{FA}} = \frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A}$$

$$\frac{\omega_{26}}{\omega_{56}} = \frac{\omega_{21} - \omega_{61}}{\omega_{51} - \omega_{61}}$$

$$\frac{\omega_{26}}{\omega_{56}} = \left(-\frac{N_5}{N_4}\right)\left(-\frac{N_3}{N_2}\right)$$

$$= \left(-\frac{20}{28}\right)\left(-\frac{30}{18}\right)$$

$$= \frac{25}{21}$$

$$\frac{25}{21} = \frac{\omega_{21} - 150}{50 - 150}$$

$$\omega_{21} = \frac{25}{21}(-100) + 150$$

$$\omega_{21} \approx +31 \text{ rad/s}$$

การหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ...วิธีตาราง

การหาอัตราทดด้วยวิธีตาราง

สาระสำคัญ

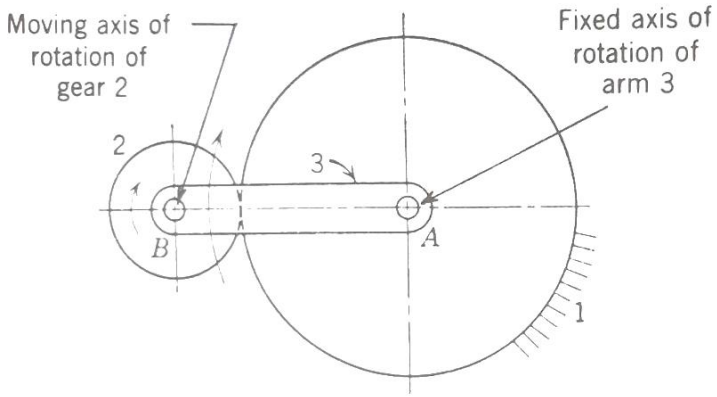
วิธีการนี้ใช้หลักคิดทางพีชคณิตกล่าวคือ **บวก/ลบ** เพื่อสร้างสภาพการณ์ให้ตรงกับเงื่อนไขในโจทย์ปัญหา ซึ่งจะทำให้ได้อัตราทดที่ต้องการ

ข้อเด่น

- ให้สภาพการหมุนได้ทุกเฟืองในระบบ
- ในบางสภาพโจทย์ปัญหาจะให้คำตอบได้เร็วกว่าเนื่องจากไม่ต้องพิจารณาว่าเฟืองใดเป็นเฟืองที่มีการเคลื่อนที่แบบ planet

การหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ...วิธีตาราง

ขั้นตอนการหาอัตราทด



ขั้นตอน

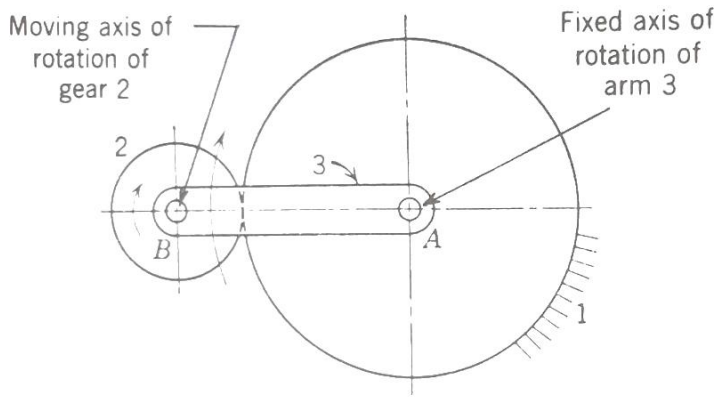
- ปลดล็อกให้ทุกส่วนเป็นอิสระจากกราวน์หรือส่วนที่ถูกยึดอยู่กับที่
- ล็อกทั้งหมดเข้ากับแขนและหมุนไปพร้อมกัน 1 รอบ หรือ x รอบในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง
- ล็อกแขนและปลดล็อกส่วนที่เหลือให้เป็นอิสระ ซึ่งจะทำให้ได้อัตราทดระหว่างคู่เฟือง

ตัวอย่างการหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ...วิธีตาราง

ขั้นตอน

ปลดล็อกให้ทุกส่วนเป็นอิสระจากกราวน์หรือส่วนที่ถูกยึดอยู่กับที่

- ล็อกทั้งหมดเข้ากับแขนและหมุนไปพร้อมกัน 1 รอบ หรือ x รอบในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง
- ล็อกแขนและปลดล็อกส่วนที่เหลือให้เป็นอิสระ ซึ่งจะทำให้ได้อัตราทดระหว่างคู่เฟือง



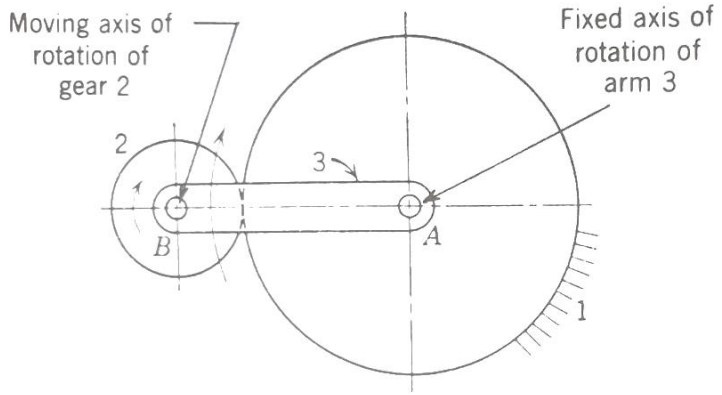
ลำดับขั้น	G1	G2	A3 (input)
ล็อก G1 และ G2 เข้ากับแขน 3 และหมุนไปพร้อมกัน 1 รอบ หรือ x รอบในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง	+1	+1	+1

ตัวอย่างการหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ...วิธีตาราง

ขั้นตอน

ปลดล็อกให้ทุกส่วนเป็นอิสระจากกราวน์หรือส่วนที่ถูกยึดอยู่กับที่

- ล็อกทั้งหมดเข้ากับแขนและหมุนไปพร้อมกัน 1 รอบ หรือ x รอบในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง
- ล็อกแขนและปลดล็อกส่วนที่เหลือให้เป็นอิสระ ซึ่งจะทำให้ได้อัตราทดระหว่างคู่เฟือง



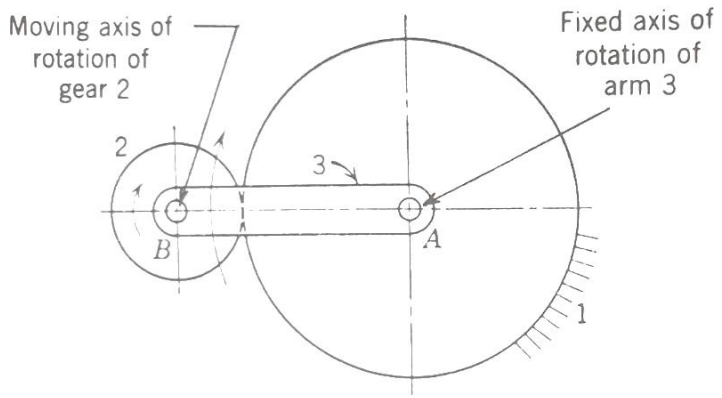
ลำดับขั้น	G1	G2	A3 (input)
ล็อก G1 และ G2 เข้ากับแขน 3 และหมุนไปพร้อมกัน 1 รอบ หรือ x รอบในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง	+1	+1	+1
ล็อกแขนให้อยู่กับที่และปลดล็อกส่วนที่เหลือให้เป็นอิสระ และหมุน G1 ตรงกันข้าม 1 รอบหรือ x รอบ เพื่อให้เป็นไปตามโจทย์ ซึ่งจะทำให้ได้อัตราทดระหว่างคู่เฟือง	-1	$-\left(-\frac{N_1}{N_2}\right)$	0

ตัวอย่างการหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ...วิธีตาราง

ขั้นตอน

ปลดล็อกให้ทุกส่วนเป็นอิสระจากกราวน์หรือส่วนที่ถูกยึดอยู่กับที่

- ล็อกทั้งหมดเข้ากับแขนและหมุนไปพร้อมกัน 1 รอบ หรือ x รอบในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง
- ล็อกแขนและปลดล็อกส่วนที่เหลือให้เป็นอิสระ ซึ่งจะทำให้ได้อัตราทดระหว่างคู่เฟือง



ลำดับขั้น	G1	G2	A3 (input)
ล็อก G1 และ G2 เข้ากับแขน 3 และหมุนไปพร้อมกัน 1 รอบ หรือ x รอบในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง	+1	+1	+1
ล็อกแขนให้อยู่กับที่และปลดล็อกส่วนที่เหลือให้เป็นอิสระ และหมุน G1 ตรงกันข้าม 1 รอบหรือ x รอบ เพื่อให้เป็นไปตามโจทย์ ซึ่งจะทำให้ได้อัตราทดระหว่างคู่เฟือง	-1	$-\left(-\frac{N_1}{N_2}\right)$	0
ผลรวมการเคลื่อนที่ทั้งหมดเทียบกับกราวน์หรือส่วนที่อยู่กับที่	0	$1+\left(\frac{N_1}{N_2}\right)$	+1

เงื่อนไขตามโจทย์

ตัวอย่างการหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ...วิธีตาราง

ขั้นตอน

ปลดล็อกให้ทุกส่วนเป็นอิสระจากกราวน์หรือส่วนที่ถูกยึดอยู่กับที่

- ล็อกทั้งหมดเข้ากับแขนและหมุนไปพร้อมกัน x รอบในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง
- ล็อกแขนและปลดล็อกส่วนที่เหลือให้เป็นอิสระ ซึ่งจะทำให้ได้อัตราทดระหว่างคู่เฟือง

ถ้าแขน 6 และเฟือง 5 หมุนตามเข็มนาฬิกาเมื่อมองขวาไปซ้ายด้วยอัตราเร็วเชิงมุม 150 rad/s และ 50 rad/s จงคำนวณหาอัตราเร็วของเฟือง 2 เทียบกับโครงหรือชิ้นส่วนที่อยู่กับที่ โดยกำหนดให้เฟือง 5 เป็นเฟืองแรกและเฟือง 2 เป็นเฟืองสุดท้าย

$$\frac{\omega_{LA}}{\omega_{FA}} = \frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A}$$

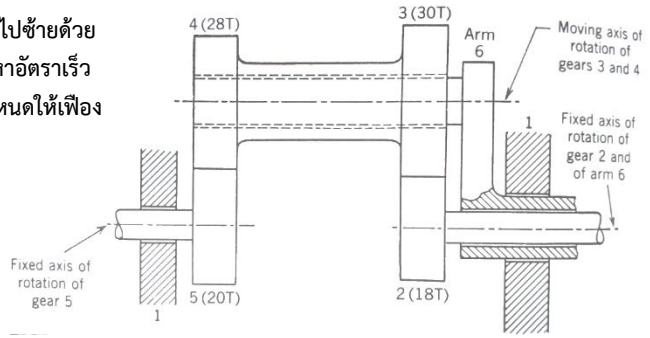
$$\frac{\omega_{26}}{\omega_{56}} = \frac{\omega_{21} - \omega_{61}}{\omega_{51} - \omega_{61}}$$

$$\frac{\omega_{26}}{\omega_{56}} = \left(-\frac{N_5}{N_4}\right)\left(-\frac{N_3}{N_2}\right) = \left(-\frac{20}{28}\right)\left(-\frac{30}{18}\right) = \frac{25}{21}$$

$$\frac{25}{21} = \frac{\omega_{21} - 150}{50 - 150}$$

$$\omega_{21} = \frac{25}{21}(-100) + 150$$

$$\omega_{21} \approx +31 \text{ rad/s}$$



ลำดับ	G2 (o)	G3	G4	G5 (i)	A6
ล็อกทั้งหมดเข้ากับแขนและหมุนไปพร้อมกัน +150 รอบ ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา	+150	+150	+150	+150	+150
ล็อกแขนให้อยู่กับที่และปลดล็อกส่วนที่เหลือให้เป็นอิสระ และหมุน G5 ตรงกันข้าม (-)100 รอบเพื่อให้เป็นไปตามโจทย์ ซึ่งจะทำให้ได้อัตราทดระหว่างคู่เฟือง	$-\left(100\frac{N_5 \times N_3}{N_4 \times N_2}\right)$	$+100\frac{N_5}{N_4}$	$+100\frac{N_5}{N_4}$	-100	0
ผลรวมการเคลื่อนที่ทั้งหมดเทียบกับกราวน์หรือส่วนที่อยู่กับที่	$150-\left(100\frac{N_5 \times N_3}{N_4 \times N_2}\right)$			+50	+150

ตัวอย่างการหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ...วิธีตาราง

ขั้นตอน

ปลดล็อกให้ทุกส่วนเป็นอิสระจากกราวน์หรือส่วนที่ถูกยึดอยู่กับที่

- ล็อกทั้งหมดเข้ากับแขนและหมุนไปพร้อมกัน x รอบในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง
- ล็อกแขนและปลดล็อกส่วนที่เหลือให้เป็นอิสระ ซึ่งจะทำให้ได้อัตราทดระหว่างคู่เฟือง

ถ้าแขน 6 และเฟือง 5 หมุนตามเข็มนาฬิกาเมื่อมองขวาไปซ้ายด้วยอัตราเร็วเชิงมุม 150 rad/s และ 50 rad/s จงคำนวณหาอัตราเร็วของเฟือง 2 เทียบกับโครงหรือชิ้นส่วนที่อยู่กับที่ โดยกำหนดให้เฟือง 5 เป็นเฟืองแรกและเฟือง 2 เป็นเฟืองสุดท้าย

$$\frac{\omega_{LA}}{\omega_{FA}} = \frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A}$$

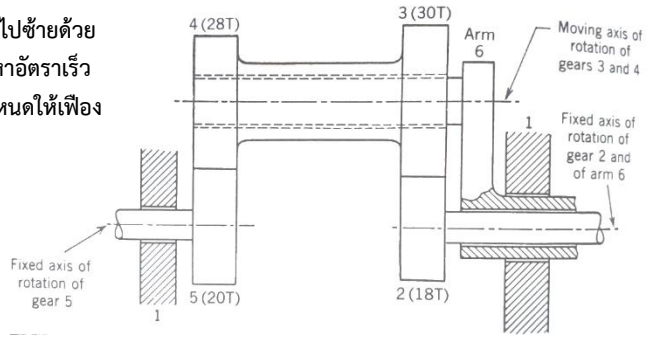
$$\frac{\omega_{26}}{\omega_{56}} = \frac{\omega_{21} - \omega_{61}}{\omega_{51} - \omega_{61}}$$

$$\frac{\omega_{26}}{\omega_{56}} = \left(-\frac{N_5}{N_4}\right)\left(-\frac{N_3}{N_2}\right) = \left(-\frac{20}{28}\right)\left(-\frac{30}{18}\right) = \frac{25}{21}$$

$$\frac{25}{21} = \frac{\omega_{21} - 150}{50 - 150}$$

$$\omega_{21} = \frac{25}{21}(-100) + 150$$

$$\omega_{21} \approx +31 \text{ rad/s}$$

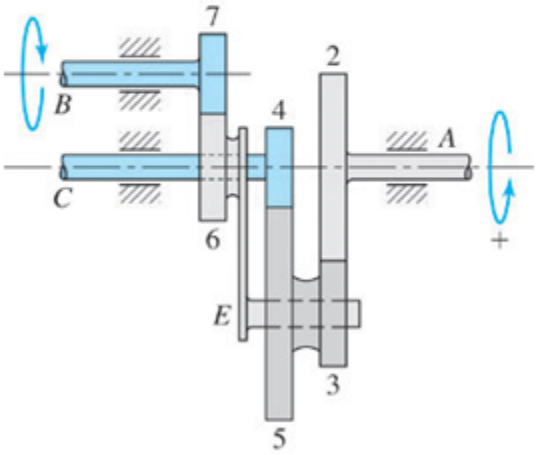


ลำดับ	G2 (o)	G3	G4	G5 (i)	A6
ล็อกทั้งหมดเข้ากับแขนและหมุนไปพร้อมกัน +150 รอบ ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา	+150	+150	+150	+150	+150
ล็อกแขนให้อยู่กับที่และปลดล็อกส่วนที่เหลือให้เป็นอิสระ และหมุน G5 ตรงกันข้าม (-)100 รอบเพื่อให้เป็นไปตามโจทย์ ซึ่งจะทำให้ได้อัตราทดระหว่างคู่เฟือง	$-\left(100\frac{N_5 \times N_3}{N_4 \times N_2}\right)$	$+100\frac{N_5}{N_4}$	$+100\frac{N_5}{N_4}$	-100	0
ผลรวมการเคลื่อนที่ทั้งหมดเทียบกับกราวน์หรือส่วนที่อยู่กับที่	$150-\left(100\frac{N_5 \times N_3}{N_4 \times N_2}\right)$			+50	+150

เงื่อนไขตามโจทย์

การหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ...โจทย์

Problem 2: In the following gear train, Shaft A rotates at 200 rpm and shaft B rotates at 300 rpm in the directions indicated. Determine the speed of shaft C and its direction of rotation. $N_2 = 35$; $N_3 = 25$; $N_4 = 14$; $N_5 = 46$; $N_6 = 20$; $N_7 = 16$.



การหาอัตราทดของชุดเฟืองสุริยะ...โจทย์

ถ้าแกนเพลา A หมุนด้วยอัตราเร็ว 300 rad/s และเพลา B หมุน 1800 rad/s
จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) เพลา A หมุนในทิศทางใด?
2) เพลา C หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าใด และในทิศทางใด?